F 2642

9-04-001

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL
INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA

L 023726

SERIA

CONSTRUCŢII

Tomul 15 (29) Fascicola 1

IANUARIE — IUNIE
1970

MŰSZAKI KÖNYV DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC AL INSTITUTULUI POLITEHNIC TIMIŞOARA

SERIA CONSTRUCŢII

Tomul 15 (29) Fascicola 1

IANUARIE — IUNIE
1970

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. ing. GH. SILAȘ (redactor șef), prof. ing. C. AVRAM, m. c. al Academiei R.S.R., prof. dr. ing. I. ANTON, m. c. al Academiei R.S.R., prof. dr. ing. M. BORNEAS, prof. dr. ing. M. BRAȘOVAN, prof. ing. V. COCHECI, academician prof. dr. doc. C. DRĂGULESCU, prof. dr. O. EM. GHEORGHIU, prof. ing. V. GHEORGHIU, prof. ing. D. MATEESCU, prof. dr. ing. I. NOVAC, prof. ing. GH. SAVII

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. ing. DAN MATEESCU (redactor responsabil), prof. ing. VICTOR GHEORGHIU, (redactor adjunct), conf. ing. IOSIF APPELTAUER, prof. ing. CONSTANTIN AVRAM, m. c. al Academiei R.S.R., prof. dr. ing. ION FILIMON, prof. dr. ing. CORNEL JURA, prof. dr. ing. MARIN PAUNESCU, conf. dr. ing. IOAN MUNTEANU (secretar de redacție).

MŰSZAKI EGYETEM 1883

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN TIMIŞOARA
SERIA CONSTRUCŢII
Tom 15 (29) Fasc 1 Ianuarie—iunie 1970

SUMAR

MARIA ARSENIE, D. ARSENIE, O fundamentare variaţională a legilor frecării în cazul mişcării permanente a lichidelor între doi pereţi 7

C. BOB, Incercări privind influenţa forţelor tăietoare asupra deformaţiilor elementelor de beton armat 15

I. FLEŞERIU, Asupra stabilităţii locale a tălpii profilelor din tablă subţire presată la rece 25

D. GUŢESCU, I. ROSENAUER, EUGENIA FILIMON, Măsuri pentru mărirea preciziei stabilirii tasărilor prin nivelmentul geometric 35

D. MATEESCU, I. CARABA, ELENA SCHUCH, Asupra repartiţiei tensiunilor în îmbinările încleiate 49

D. MATEESCU, I. FLEŞERIU, M. IVAN, C. STOIAN, Unele probleme privind stabilitatea la încovoiere răsucire a profilelor Z din tablă subţire presată la rece 59

M. PAUNESCU, T. SCHEIN, Cercetări privind executarea piloţilor scurţi turnaţi la faţa locului prin vibropresare 73

V. POPP, T. CHIU, L. BARNA, N. RACHIN, Metode de reprezentare axonometrică a elementelor de construcţii 85

A. ŞESAN, GH. BOTEZ, Proiectarea structurilor la greutate minimă prin programare geometrică 95

SRDAN TURK, Calculul compoziţiei betonului pe baze fizice 105

D. ROŞU, Procedeu aproximativ pentru determinarea înălţimii grinzilor cu zăbrele care necesită dimensionarea tălpilor, sau a diagonalelor, din condiţii de rigiditate ($\lambda_{max} \leqslant \lambda_a$) 121

Teze de doctorat susţinute la Facultatea de construcţii 127

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ БЮЛЛЕТЕНЬ
ТИМИШОАРСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
СЕРИЯ СТРОИТЕЛЬСТВО

Том 15. (29). Выпуск 1. Январь—июнь 1970

СОДЕРЖАНИЕ

МАРИЯ АРСЕНИЕ, Д. АРСЕНИЕ, Вариационная основа закономерностей трения при постоянном движении жидкостей между двумя плоско-параллельными стенками 7

К. БОБ, Испытание влияния разрезающего усилия на деформацию железобетонных изгибаемых элементов 15

И. ФЛЕШЕРИУ, К вопросу местной устойчивости пояса тонколистовых холоднокатанных профилей 25

Д. ГУЦЕСКУ, И. РОЗЕНАУЕР, ЭУДЖЕНИЯ ФИЛИМОН, Измерение осадок сооружений при больших полезных нагрузок, переменных во времени 35

Д. МАТЕЕСКУ, И. КАРАБА, ЕЛЕНА ШУХ, О распределении напряжений в склееных соединениях 49

Д. МАТЕЕСКУ, И. ФЛЕШЕРИУ, И. ИВАН, К. СТОЯН, Некоторые вопросы по устойчивости при изгибе крущении тонколистовых холоднокатанных профилей 3. 59

М. ПЭУНЕСКУ, Т. ШАИН, Исследования по изготовлению коротких свай вибрированием на месте 73

В. ПОПП, Т. КИУ, Л. БАРНА, Н. РАКИН, Метод аксонометрического изображения частей зданий 85

А. ШЕСАН, Г. БОТЕЗ, Проектирование структур при минимальном весе путём геометрического программирования . . . 95

СРДАН ТУРК, Расчет состава бетона на физических основаниях . . 105

Д. РОШУ, Примерный способ определения высоты решетчатых балок, для которых необходим расчет поясов или раскосов, из условия жесткости ($\lambda_{max} \leqslant \lambda_a$) 121

Защита докторских диссертаций в Строительном факультете . . 127

MŰSZAKI EGYETEM KÖNYVTÁR 1893

BULETIN SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE
DE L'INSTITUT POLYTEHNIQUE DE TIMIŞOARA

SÉRIE CONSTRUCTIONS

Tome 15(29) Fasc 1 Janvier—Juin 1970

SOMMAIRE

MARIA ARSENIE, D. ARSENIE, Sur une demonstration variationelle des lois du frottement dans les cas du mouvement permanent des liquides entre deux parois plan-parallèles. 7

C. BOB, Tests for the influence of shear forces an the compressive strains of reinforced concrete beams 15

I. FLEŞERIU, Bezüglich der Beulung der Flansche bei dünnwandigen kaltverformten Trägern 25

D. GUŢESCU, I. ROSENAUER, EUGENIA FILIMON, Die Setzungsvermessung der Bauwerke mit grosser, zeitlich veränderlicher Nutzlast 35

D. MATEEESCU, I. CARABA, ELENA SCHUCH, Uber die Spannungsverteilung bei Klebeverbindungen 49

D. MATEESCU, I. FLEŞERIU, M. IVAN, C. STOIAN, Einige Biegedrillknickprobleme der Z-Pfetten aus Kaltprofilen 59

M. PĂUNESCU, T. SCHEIN, Forschungen in Bezug auf die Ausführungen von ortgegossenen kurzen Pfählen mit Rüttelverdichtung 73

V. POPP, T. CHIU, L. BARNA, N. RACHIN, Méthode de reprézentation axonométrique des éléments des constructions 85

A. SESAN, GH. BOTEZ, The minimum weight structural design means of geometrical programming 95

SRDAN TURK, Die Berechnung der Betonzusammensetzung auf physikalischen Grundlagen 105

D. ROŞU, Aproximate method for the determination of the limit depth of trusses for which the cords or diagonals result from rigidity conditions ($\lambda_{max} \leqslant \lambda_a$) 121

Lest thèses pour le titre de docteur ingénieur éllaborées à la Faculté de Construction 127

O FUNDAMENTARE VARIAȚIONALĂ A LEGILOR FRECĂRII IN CAZUL MIȘCĂRII PERMANENTE A LICHIDELOR INTRE DOI PEREȚI PLAN-PARALELI*

DE

MARIA ARSENIE, D. ARSENIE

1. CONSIDERAȚII GENERALE

Notînd cu τ eforturile de frecare ce se dezvoltă între straturile de lichid în mișcare, se acceptă în general că ele se pot calcula cu următoarele formule:

– în regimul laminar, după Newton $\tau=\eta\frac{du}{dy}$ (1)

– în regimul turbulent deplin dezvoltat, după Prandtl,

$$\tau=\rho l^2(y)\left|\frac{du}{dy}\right|\frac{du}{dy}. \tag{2}$$

Legea (1) aplicabilă în regimul laminar a fost dedusă ca o consecință a legii atracției universale, iar cea aplicabilă în regimul turbulent (2) a fost dedusă pe baza transferului de impuls între diferitele straturi de lichid. Deși deducerea acestor relații s-a făcut pe căi diferite, ambele consideră însă un model de scurgere alcătuit din straturi paralele de lichid între care nu există sau poate să existe un schimb de particule.

Plecînd de la acest model unic al scurgerii în straturi, straturi izotahe (ce se caracterizează prin aceea că viteza particolelor ce alcătuiesc stratul este reprezentată prin vectori echipolenți), în lucrare se încearcă a se deduce formulele (1) și (2) printr-o metodă unică, bazată pe elemente de calcul variațional.

După cum s-a demonstrat în cazul regimului laminar [5] notînd

– puterea pierdută prin frecare pe unitatea de lungime și lățime a curentului

$$P=2\int_0^h \tau\frac{du}{dy}\,dy \tag{3}$$

---

* Prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din I.P.T. — mai 1969.

– debitul ce trece între cei doi pereți plan-paraleli situați la distanța $2h$:

$$Q=2\int_0^h u\,dy \tag{4}$$

mișcarea reală se produce cu o astfel de distribuție a vitezei u care face ca fnncționala $H(u)$ să fie minimă:

$$H(u)=2\int_0^h \left(\tau\frac{du}{dy}-\lambda u\right)dy \tag{5}$$

în care λ este o mărime constantă.

Cu alte cuvinte mișcarea reală se produce astfel ca puterea pierdută prin disipație vîscoasă sau prin difuzie turbulentă să fie minimă, cu condiția realizării unui debit constant dat. Se consideră că acest lucru este valabil și pentru regimul turbulent, în acest caz însă fiind vorba despre distribuția vitezelor medii în timp și nu a vitezelor instantanee. Rezultă deci, că se neglijează pierderile de energie datorite exclusiv mișcării pulsatorii, secundare, deoarece experimental s-a găsit că ele nu depășesc 2–3% din pierderile de energie datorită mișcării medii în timp, mișcare primară. Cercetările experimentale au arătat de asemenea că în regim turbulent complet dezvoltat fluctuațiile de viteză sînt relativ mici, sub 10% din valoarea mărimior medii, de unde rezultă că fluctuațiile energiilor cinetice vor putea fi neglijate, [6], [7].

Scriind ecuația lui Euler pentru funcționala (5), în care se consideră că:

$$\tau=\tau\left[y,\ u,\ \frac{du(y)}{dy}\right]=\tau_*(y) \tag{6}$$

se obține următoarea expresie pentru $\tau_*(y)$ care face minimă puterea pierdută:

$$\tau_*=-\lambda y+C. \tag{7}$$

A rezultat că, modelul curgerii în straturi și ipoteza realizării unei astfel de distribuții a vitezei care să conducă la un minim condiționat al puterii pierdute prin frecare între straturi, conduc la o variație liniară a lui τ pe secțiune, variație valabilă atît în regim laminar cît și în regim turbulent și valabilă atît în cazul lichidelor newtoniene cît și în cazul lichidelor nenewtonienee.

Problema pusă în lucrare este de a găsi însă nu expresia lui τ_*, ci expresia lui τ, adică legătura dintre efortul de frecare și distribuția vitezei.

Efortul de frecare într-un punct situat la distanța y de axa curentului nu poate depinde de mărimea vitezei u din acel punct, căci fiind conceput ca un efort de frecare între două straturi vecine el depinde de diferența vitezelor dintre cele două straturi, diferență care raportată la distanța între straturi la limită, este tocmai derivata $\frac{du(y)}{dy}$. De aceea în expresia (6) se va considera doar $\tau=\tau\left(y,\ \frac{du}{dy}\right)$.

Pentru a obține valoarea constantei λ se scrie:

$$P=2\int_0^h \tau_*\frac{du}{dy}\,dy=2\left[\tau_* u\Big|_0^h-\int_0^h u\frac{d\tau_*}{dy}\,dy\right]=2\lambda\int_0^h u\,dy=\lambda Q. \tag{8}$$

Dar, ținînd seama de legătura care există între puterea pierdută prin frecare, debit și panta energetică:

$$\frac{P(u)}{Q(u)} = \gamma J. \tag{9}$$

Rezultă valoarea constantei λ (Teorema Bernoulli):

$$\lambda = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial x} = \gamma J. \tag{10}$$

Întrucît mișcarea trebuie să fie simetrică față de planul de simetrie se va considera în cele ce urmează că $y \in [0, h]$.

2. REGIMUL LAMINAR

Pentru determinarea constantei C nu se poate folosi legea parabolică cunoscută de distribuție a vitezei, deoarece această lege a fost dedusă cu ajutorul formulei lui Newton a frecării (pe care tocmai vrem a o demonstra). De aceea în cele ce urmează se va presupune necunoscută legea parabolică de distribuție a vitezei.

Se va folosi însă o altă ipoteză energetică, globală, bazată pe cercetările experimentale și anume faptul că, dacă debitul crește (scade) de un număr n de ori, atunci și panta energetică J crește (scade) de același număr n de ori, adică viteza medie și panta hidraulică sînt, în cazul regimului laminar, mărimi direct proporționale.

Din relația (8) rezultă că în acest caz puterea pierdută P trebuie să crească (scadă) de n^2 ori. De aici obținem relațiile:

$$nQ(u) = 2n\int_0^h u\,dy = 2\int_0^h (nu)\,dy = Q(nu) \tag{13}$$

$$n^2P(u) = 2\int_0^h n\tau(y,\ u')\,\frac{d(nu)}{dy}\,dy = P(nu) = 2\int_0^h \tau(y,\ nu')\,\frac{d(nu)}{dy}\,dy. \tag{14}$$

Relația (14) fiind adevărată pentru orice h și n, se obține (considerînd și faptul că τ are o repartiție liniară):

$$n\tau(y,\ u') = \tau(y,\ nu'). \tag{15}$$

Relația (15) ne arată faptul că τ este o funcție omogenă de u', gradul de omogenitate fiind egal cu unitatea.

Dar, conform relației (7) și a ipotezei făcute în cazul regimului laminar:

$$\tau_* = \tau(y,\ u') = -\gamma Jy + C \tag{16}$$

$$\tau_*^{(1)} = \tau(y,\ nu') = -\gamma J^{(1)}y + C^{(1)} = \frac{-1}{n}\gamma Jy + C^{(1)}. \tag{17}$$

Din relațiile (15), (16), (17) rezultă imediat:

$$C \equiv C^{(1)} \equiv 0. \tag{18}$$

Introducînd relaţia (7), care dă variaţia lui τ se observă că în regim laminar, în axul curentuului $\tau=0$.

Scriind ecuaţia lui Euler pentru funcţionala (5), însă pentru funcţia τ (şi nu pentru τ_* ca în cazul anterior) rezultă:

$$\lambda_1, y+\frac{\partial\tau}{\partial u'}u'+\tau=K. \tag{19}$$

Deoarece $\tau=\tau_*$ se anulează în axul mişcării, iar τ depinde de diferenţa vitezelor între două straturi alăturate infinit vecine şi nu se poate anula din considerente fizice decît dacă viteza relativă a celor două straturi se anulează, rezultă că în axul mişcării mărimile du (0) şi $\frac{du(0)}{dy}=u'$ se anulează deci şi constanta K va trebui să se anuleze. Rezultă de asemenea că în axul curentului funcţia de viteză va prezenta un maxim (un minim nu poate prezenta căci viteza se anulează pe frontiera solidă), lucru care este în concordanţă cu verificările experimentale.

Din relaţia (19) în care înlocuim pe τ cu τ_* se obţine:

$$\frac{\partial\tau}{\partial u'}u'=(\lambda-\lambda_1)\,y \tag{20}$$

deoarece τ este o funcţie omogenă în raport cu u', conform relaţiei respective a lui Euler:

$$\frac{\partial\tau}{\partial u'}u'=\tau=(\lambda-\lambda_1)\,y=\tau_*=-\lambda y. \tag{21}$$

Am obţinut astfel şi legătura dintre cele două constante:

$$\lambda_1=2\lambda=2\gamma J. \tag{22}$$

O altă concluzie ce se poate obţine din relaţia (21), prin integrare, în raport cu u', este aceea că pentru τ se obţine expresia:

$$\tau=k_1(y)\,u'+k_2(y). \tag{23}$$

Folosind relaţia (15) combinată cu relaţia (23):

$$nk_1(y)\,u'+nk_2(y)=k_1(y)\,nu'+k_2(y). \tag{24}$$

Relaţia (24) fiind adevărată pentru orice y:

$$k_2(y)\equiv 0. \tag{25}$$

Din cele două ipoteze folosite s-au obţinut următoarele rezultate:

– ipoteza minimului condiţionat al energiei între straturi a condus la

$$\tau_*=-\gamma J y \tag{26}$$

– ipoteza proporţionalităţii pantei energetice cu viteza medie la aceeaşi secţiune de curgere, a condus la

$$\tau=k_1(y)\,u'. \tag{27}$$

Pentru a putea aplica aparatul matematic pînă aici s-a presupus fără a fi menționată și ipoteza, că funcțiile u și τ sînt funcții continui și cu derivate continui. Pentru a putea arăta că funcția $k_1(y)$ se reduce la o constantă, se mai face ipoteza că funcțiile $u(y)$ și $k_1(y)$ sînt funcții regulate de $\frac{y}{h}$ pe secțiunea de scurgere adică putem scrie:

$$k_1(y) = a_0 + a_1 \frac{y}{h} + a_2 \frac{y^2}{h^2} + \ldots + a_n \frac{y^n}{h^n} + \ldots \tag{28}$$

$$u(y) = b_0 + b_1 \frac{y}{h} + b_2 \frac{y^2}{h^2} + \ldots + b_{2n} \frac{y^{2n}}{h^{2n}} + \ldots \tag{29}$$

Din cauza simetriei mișcării, funcția $u(y)$ trebuie să fie o funcție pară deci coeficienții cu indice impar sînt toți nuli. Obținem atunci:

$$u'(y) = 2b_2 \frac{y}{h^2} + \ldots + 2nb_{2n} \frac{y^{2n-1}}{h^{2n}} + \ldots \tag{30}$$

Îmbinînd relațiile (26), (27) și (30) se obține:

$$-\gamma J y \equiv 2b_2 a_0 \frac{y}{h^2} + 2b_2 a_1 \frac{y^2}{h^3} + \ldots \tag{31}$$

Relația (31) poate avea loc doar dacă:

$$\left.\begin{aligned} k_1(y) &= a_0 \\ u(y) &= b_0 + b_2 \frac{y^2}{h^2} \end{aligned}\right\} \tag{32}$$

Deci dacă constata a_0 (care evident depinde de natura lichidului) se notează cu η și i se dă denumirea de vîscozitate dinamică (absolută) se obține pentru τ tocmai legea lui Newton (1). Se vede că în plus s-a obținut și legea de distribuție a vitezei sub formă diferențială:

$$\eta \frac{du}{dy} = -\gamma J y \tag{33}$$

din care, prin integrare permite obținerea cunoscutei legi parabolice de repartiție a vitezei pe secțiune.

3. REGIMUL TURBULENT

Să aplicăm și în acest regim metodica folosită în cazul regimului laminar, înlocuind însă ipoteza proporționalității vitezei medii cu panta energetică prin proporționalitatea pătratului vitezei cu panta energetică, ipoteză confirmată de cercetările experimentale. Rezultă că dacă debitul crește (scade) de n ori

atunci în regimul turbulent dezvoltat panta energetică J va crește (scade) de n^2 ori, adică au loc relațiile (se folosește și relația 8):

$$nQ(u)=2n\int_0^h u\,dy=2\int_0^h (nu)\,dy=Q(nu) \tag{34}$$

$$P(nu)=2\int_0^h \tau(y,\ nu')\frac{d(nu)}{dy}\,dy=n^3P(u)=2\int_0^h n^2\tau(y,\ u')\frac{d(nu)}{dy}\,dy. \tag{35}$$

Relația (29) avînd loc oricare ar fi h și n rezultă că:

$$\tau(y,\ nu')=n^2\tau \tag{36}$$

adică τ este o funcție omogenă de u', gradul de omogenitate fiind egal cu doi.

Scriind relația (7) și folosind ipoteza făcută în cazul regimului turbulent:

$$\tau_*=\tau(y,\ u')=-\gamma Jy+C \tag{37}$$

$$\tau_*^{(1)}=\tau(y,\ nu')=-\gamma J^{(1)}y+C^{(1)}=-\frac{1}{n^2}\gamma Jy+C^{(1)}. \tag{38}$$

A rezultat, ca și în cazul regimului laminar:

$$C=C^{(1)}=0. \tag{39}$$

Ecuația Euler pentru funcționala (5), în care ste introdusă funcția τ are expresia:

$$\lambda_1 y+\frac{\partial\tau}{\partial u'}u'+\tau=K. \tag{40}$$

Deoarece $\tau=\tau_*$ se anulează în axul mișcării, rezultă că acolo $u'(0)=0$ și deci $K=0$. Pe baza relației lui Euler pentru funcțiile omogene și a relațiilor (7), (39) și (40) se obține:

$$\frac{\partial\tau}{\partial u'}u'=2\tau=(\lambda-\lambda_1)\,y=-2\lambda y \tag{41}$$

$$\lambda_1=3\lambda=3\gamma J. \tag{42}$$

Integrînd relația (41) se obține:

$$\tau=\rho k_1(y)\,u'^2+k_2(y). \tag{43}$$

Folosind aici și relația (36) rezultă $k_2(y)=0$ și deci:

$$\tau=\rho k_1(y)\,u'^2. \tag{44}$$

Făcînd acum ipoteza că viteza u este reprezentată printr-o funcție regulată rezultă că relațiile (44), (37) și (39) pot avea loc simultan doar dacă $k_1(y)$ este o funcție de y. Această funcție necunoscută identificînd-o cu pătratul lungimii de amestec se obține tocmai legea frecării a lui Prandtl (2). Meritul acestuia constă și în faptul că a dat funcției numită lungime de amestec o interpretare fizică simplă, intuitivă. Deoarece în funcția k_1 intervine y, deci de fapt intervin carac-

teristicile secțiunii, este de așteptat ca lungimea de amestec să depindă de forma secțiunii de curgere lucru semnalat și de alți cercetători, care au încercat să ia pentru lungimea de amestec diferite relații, diferite de cea dată de Prandtl, care ar rămîne valabilă doar pentru cazul curgerii în lungul unui singur perete plan. Se menționează că acest punct de vedere a fost confirmat și prin cercetările experimentale ale lui Nikuradse, care a dat în cazul conductelor o lege empirică pentru lungimea de amestec diferită mult de cea a lui Prandtl.

CONCLUZII

Legile frecării, în regim laminar și turbulent se pot deduce pe baza unei metode unice, folosind modelul curgerii în straturi, a realizării unui minim condiționat al energiei disipate prin frecare vîscoasă, sau prin difuzie turbulentă a reprezentării vitezei cu ajutorul unei funcții analitice și a unei ipoteze experimentale privind legătura dintre viteza medie a curentului lichid și panta energetică respectivă.

Primită la redacție în 21. VII. 1969.

BIBLIOGRAFIE

1. Hermann Schlichting, *Greuzicht-Theorie* — Dritte Auflage, Verlag G. Braun, Karlsruhe, 1958.
2. Teodor Oroveanu, *Mecanica fluidelor vîscoase*. Editura Academiei, București 1967.
3. Dumitru Dumitrescu, Contributions a l'étude des mouvements des fluides pesant a surface libre. Revue de mécanique appliquée I 1956.
4. N. Tipei, V. N. Constantinescu, Influența legii de variație a lungimii de amestec asupra mișcării turbulente din stratul de lubrefiant. Studii și cercetări de mecanică aplicată 11, 5, 1960.
5. M. Arsenie, D. Arsenie, Considerații variaționale asupra pierderilor de energie în curgerea laminară a lichidelor newtoniene in conducte rectilinii de secțiune circulară. In „Studii și cercetări de mecanică aplicată" 4, 1968.
6. Dr. Nemeth Endre, *Hidro-mechanika*, Budapest 1963.
7. St. N. Săvulescu, *Tranziția de la scurgerea laminară la cea turbulentă*. Editura Academiei, București 1968.
8. Shih. I Pai, *Viscous flow theory*. vol. I și II D. Van Nostrand Company, 1957.

ВАРИАЦИОННАЯ ОСНОВА ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ТРЕНИЯ ПРИ ПОСТОЯННОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТЕЙ МЕЖДУ ДВУМЯ ПЛОСКО-ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ СТЕНКАМИ

(РЕЗЮМЕ)

В работе выводятся закономерности трения в ламинарном и вихревом режиме на основании послойного движения жидкости. Движение происходит таким образом, что рассеяние энергии межслойного трения минимально при данном расходе; скорость представлена в виде аналитической функции.

На основании опытных данных делается предположения касающееся связи между средней скоростью и энергетической крутизной.

SUR UNE DÉMONSTRATION VARIATIONELLE DES LOIS DU FROTTEMENT DANS LE CAS DU MOUVEMENT PERMANENT DES LIQUIDES ENTRE DEUX PAROIS PLAN-PARALLÈLES

(RÉSUMÉ)

On déduit les lois du frottement, c'est à dire la loi de Newton pour le cas du mouvement laminaire et la loi de Prandtl pour le cas du mouvement turbulent, en utilisant les hypothèses suivantes :

– le liquide se mouve en des couches parallèles, entre lesquelles il éxiste ou il n'éxiste pas un échange de particules;

– le mouvement réel conduit a une dissipation minimum de l'énérgie due aux frottements entre les couches, à un débit constant, donné.

De ces deux hypotèses il résulte que les efforts de frottement entre les couches présentent une distribution lineaire sur la section d'écoulement :

– la vitesse peut être représentée par une fonction analitique ;

– des resultats expérimentaux, on admet quéen régime laminaire il existe une proportionnalité entre la pente énergétique et la vitesse moyenne et qu'en régime turbulent complètement developpé il existe une proportionnalité entre la pente énergétique et le carré de la vitesse moyenne.

INCERCĂRI PRIVIND INFLUENȚA FORȚELOR TĂIETOARE ASUPRA DEFORMAȚIILOR ELEMENTELOR DE BETON ARMAT INCOVOIATE

DE

C. BOB

Acțiunea simultană a eforturilor unitare normale și tangențiale datorate momentului încovoietor și forței tăietoare crează în elementele de beton armat o stare de solicitare complexă. Valorile caracteristice ale eforturilor și deformațiilor, în stadiul limită al elementului, sînt influențate de o serie de parametri astfel încît determinarea lor reală este foarte dificilă.

Dacă studiile efectuate pînă în prezent și-au propus să stabilească relații de calcul din care să se facă dimensionarea elementelor, prin cunoașterea mai mult sau mai puțin exactă a stării de eforturi, atunci, trebuie subliniat că, starea de deformații a interesat mult mai puțin pe cercetătorii din acest domeniu al betonului armat.

Lucrarea de față își propune studiul experimental al influenței forțelor tăietoare asupra deformațiilor elementelor de beton armat încovoiate, în cazul în care ruperea se produce în secțiuni normale, cercetări care nu au mai fost efectuate pînă în prezent.

1. PROGRAMUL INCERCARILOR

Au fost proiectate și încercate șase grinzi din beton armat avînd aceleași caracteristici geometrice și aceiași armare, singurul parametru variabil fiind deschiderea elementelor pentru a pune în evidență influența forței tăietoare. Din punct de vedere static, grinzile au fost în consolă, pentru realizarea încastrării fiind turnate monolit cîte o talpă din beton armat (fig. 1).

Armarea longitnudinală s-a făcut cu bare PC 52 avînd limita de curgere $\sigma_c = 3900$ kgf/cm^2, procentul de armare fiind de 1%, iar armarea transversală cu etrieri simpli din OB 38 de diametru 6 mm situați la 10 cm distanță unul de altul.

Betonul s-a confecționat cu ciment M 400 și agregate de rîu sortate cu dimensiunea maximă 30 mm. Marca stabilită pe eprvuetele turnate împreună cu grinzile a fost de 395 kgf/cm^2.

Încercările grinzilor s-au făcut după 28 zile de la turnare la un stand metalic. Încărcarea a fost realizată printr-o presă hidraulică. În figura 2 se poate vedea modul de încărcare al grinzilor.

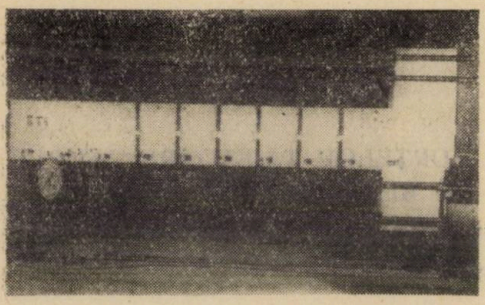


Fig. 1

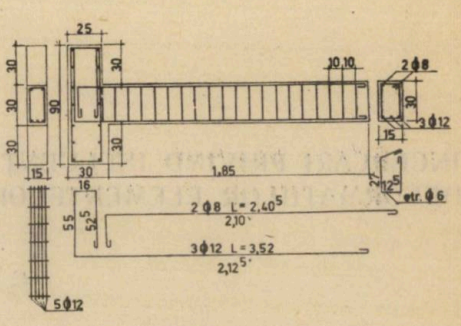


Fig. 2

Încărcarea grinzilor s-a făcut în trepte în modul următor: pînă la curgerea armăturii (St II-a) încercarea s-a efectuat în trepte de încărcare reprezentînd 1/5 – 1/10 din valoarea forței de plastificare, mai departe încercarea efectuîndu-se în trepte de deformație înregistrate la fleximetrul Amsler pentru măsurarea săgeții la capătul liber al consolei.

În afară de măsurarea săgeții au mai fost înregistrate: deformațiile armăturii și betonului cu timbre tensiometrice și deformetre macanice, rotirile articulațiilor plastice cu ajutorul unor clinometre, apariția și deschiderea fisurilor cu lupe microscopice, sarcinile caracteristice cu manometrul. Pentru măsurarea deformațiilor armăturii întinse cu ajutorul timbrelor tensometrice, au fost lăsate niște lăcașe, armătura devenind aparentă în locurile respective.

2.CONSIDERAȚII TEORETICE

Pentru încercările efectuate s-au calculat: momentul încovoietor, poziția axei neutre, scurtarea fibrei extreme, rotirea specifică în stadiul în care momentul încovoietor atinge valoarea maximă. Au fost utilizate relațiile deduse în [3] și [4].

Momentul încovoietor relativ în cazul în care există și forță tăetoare este:

$$m_T = \frac{M_T}{b \cdot h_0^2 \cdot R_i} = \alpha \left(1 - 0{,}5 \frac{\alpha}{\phi}\right) \tag{1}$$

unde:

$$\alpha = \mu \frac{\sigma_c}{R_i}; \tag{2}$$

$$\psi = \frac{1}{1 + 2{,}43 \left[\frac{Th_0}{M}(1 - \eta)\right]^2}. \tag{3}$$

Pentru armarea transversală a grinzilor utilizate rezultă:

$$\eta = \frac{1}{T} A_{etr} \sigma_c \frac{d_{etr}}{a}. \tag{4}$$

Poziția relativă a axei neutre este:

$$\alpha_T = \frac{\alpha}{\psi}. \tag{5}$$

Momentul încovoietor relativ pentru încovoierea pură, conform normelor în care se admite o repartiție constantă a eforturilor unitare pe înălțimea zonei comprimate, are expresia:

$$m_t = \alpha(1 - 0{,}5\alpha) \tag{6}$$

iar cel rezultat din datele experimentale [4], este:

$$m_e = \alpha(1{,}33 - 1{,}93\alpha + 1{,}35\alpha^2). \tag{7}$$

Scurtarea fibrei extreme și rotirea specifică sînt scrise funcție de valorile lor de la încovoiere pură.

$$\frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_M} = \frac{1 - 1{,}24\left[\frac{Th_0}{M}(1-\eta)\right]^2}{1 + 4{,}86\left[\frac{Th_0}{M}(1-\eta)\right]^2} \tag{8}$$

$$\frac{\Phi_T}{\Phi_M} = \frac{1 - 1{,}24\left[\frac{Th_0}{M}(1-\eta)\right]^2}{1 + 7{,}29\left[\frac{Th_0}{M}(1-\eta)\right]^2 + 11{,}8\left[\frac{Th_0}{M}(1-\eta)\right]^4}. \tag{9}$$

Aceste relații au fost stabilite pentru cazul în care starea de solicitare este caracterizată prin eforturi normale după o singură direcție și eforturi tangențiale, adică pentru efectul de grindă.

La valori mai mici de 2,5 ale lui $\frac{M}{Th_0}$ intervine și influența efortului normal datorat aplicării încărcării, adică „efectul de șaibă" și rezolvat în [4].

3. INTERPRETAREA REZULTATELOR ȘI CONCLUZII

Influența forțelor tăietoare asupra ruperii elementelor încovoiate din beton armat este prezentată prin compararea rezultatelor teoretice obținute [3], [4] și datele experimentale ale elementelor GT. În primul rînd este necesar a preciza natura ruperii acestor elemente la care singura variabilă a fost raportul $\frac{M}{Th_0}$. Prin aplicarea relației stabilite în [4] rezultă că la toate grinzile se va obține rupere caracteristică încovoierii ce se produce prin fisuri normale pe axa elementului. Acest lucru a fost confirmat de rezultatele încercărilor, obținîn-

du-se în toate cazurile o rupere care a început prin curgerea armăturii întinse și s-a terminat prin zdrobirea betonului comprimat deasupra unor fisuri normale pe axa elementului, care s-au deschis foarte mult în acest stadiu de solicitare. La grinzile GT5 și GT6 au apărut și fisuri înclinate foarte pronunțate datorită valorii mari a eforturilor unitare tangențiale (fig. 3). Acest lucru ar putea să

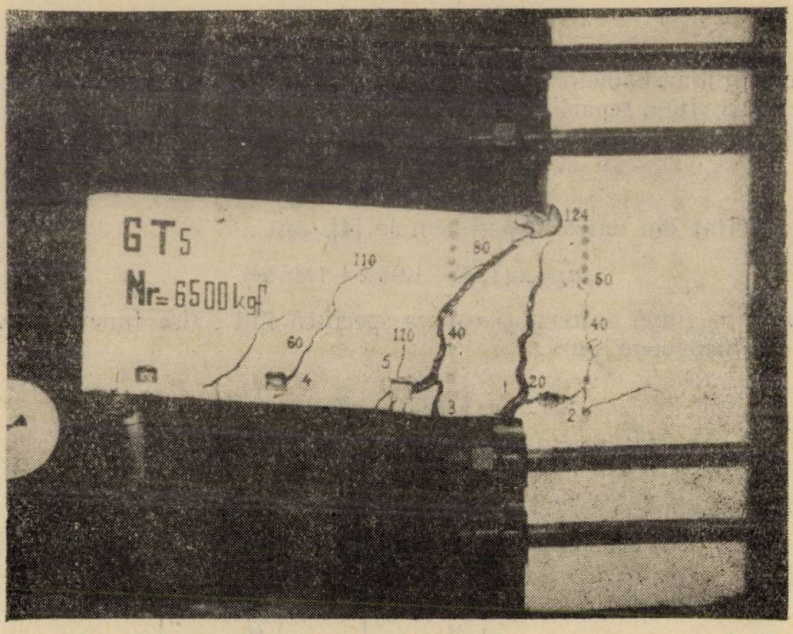


Fig. 3 *a*

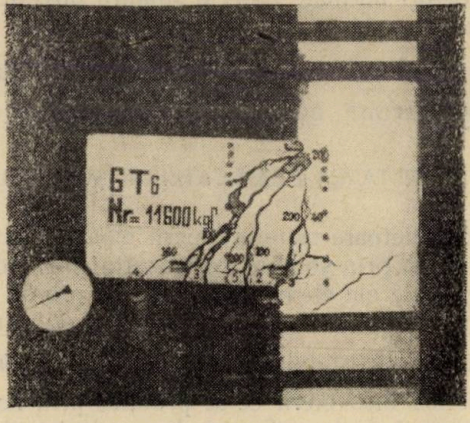


Fig. 3 *b*

ducă în eroare și să se creadă, la o cercetare exterioară a elementelor, că ruperea este caracteristică forțelor tăietoare (rupere prin tăiere). Așa cum s-a arătat însă, ruperea este caracteristică încovoierii având loc curgerea armăturii și deschiderea pronunțată a fisurilor normale în dreptul momentului încovoietor maxim.

Tabelul 1

Nr. crt.	Elementul	Momente încovoietoare limită				
		m_T	$m_T^i = \frac{m_e}{m_t} m_T$	m_T^{exp}	$\frac{4-3}{4} \cdot 100$	$\frac{m_T^{exp}(GT_n)}{m_T^{exp}(GT_1)}$
0	1	2	3	4	5	6
1	GT 1	0,0876	0,0985	0,1144	13,9	1,00
2	GT 2	0,0885	0,0982	0,1170	16,0	1,03
3	GT 3	0,0915	0,1030	0,1160	11,2	1,02
4	GT 4	0,0868	0,0973	0,0913	−6,6	0,80
5	GT 5	0,0786	0,0880	0,0993	13,1	0,87
6	GT 6	0,0765	0,0855	0,0890	4,0	0,78

În tabelul 1 sînt prezentate rezultatele teoretice și experimentale privitoare la momentul încovoietor maxim. La calculul valorilor teoretice s-a ținut seama de influența încărcării directe conform relațiilor stabilite [4]. Comparîndu-se rezultatele din coloanele 2 și 4 se observă că și în acest caz există diferențe între momentul încovoietor calculat după norme și cel experimental. Dacă se aplică corecția de momente stabilită la încovoiere — coloana 3 — se observă că se obține o îmbunătățire a rezultatelor. Diferențele care mai rămîn se datoresc solicitării locale ce apare la încastrare (situație analogă cu grinzile încărcate cu o singură forță concentrată). Face excepție grinda GT4 la care valoarea experimentală a momentului este mai mică decît era normal.

Influența forțelor tăietoare asupra momentului încovoietor este mică așa cum s-a obținut în relația (1) și după cum confirmă și rezultatele experimintale (tabelul 1, col. 6).

În ceea ce privește influența forțelor tăietoare asupra deformațiilor specifice, se constată că sînt respectate deducțiile teoretice [3], [4]. Din valorile de mai jos, măsurate pe elementele GT, se observă că la scăderea raportului $\frac{M}{Th_0}$ va scădea și deformația specifică atîta timp cît nu intervine influența încărcării directe $\frac{M}{Th_0} > 2{,}5$. Dacă acest raport va scădea în continuare atunci deformația specifică va crește, scăzînd apoi din nou, datorită influenței încărcării directe.

Tabelul 2

Elementul	GT 1	GT 2	GT 3	GT 4	GT 5	GT 6
$\frac{\varepsilon_T(GT_n)}{\varepsilon_T(GT_1)}$	1,000	1,000	0,805	0,315	2,250	1,00

Valorile de mai sus trebuiesc luate doar ca o indicație calitativă deoarece deformațiile specifice experimentale au fost măsurate pe o bază de 20 cm, fiind, deci, afectate de erori mai ales la trepte ridicate de încărcare (fisurile se deschid mult și se produc rotiri care influențează citirile deformațiilor).

În tabelul 3 sînt date rezultatele privind poziția axei neutre și a rotirilor specifice la elementele GT. Din col. 4 se observă că poziția axei neutre determinată experimental urmărește datele teoretice. Există o concordanță bună și cantitativă cu excepția grinzilor GT 4 și GT 5 unde măsurătorile au fost influențate în același sens ca și la deformațiile specifice.

Tabelul 3

Nr. crt.	Elementul	α_T teoretic	α_T experimental	$\frac{3-2}{3}\cdot 100$	$\frac{\alpha_{exp}(GT_n)}{\alpha_{exp}(GT_1)}$	$\frac{\Phi_t}{\Phi_m}$ teoretic	$\frac{\Phi_T}{\Phi_M}$ experimental	$\frac{7-6}{7}\cdot 100$
0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	GT 1	0,0987	0,0990	0,3	1,00	0,842	0,734	−14,7
2	GT 2	0,1020	0,1025	0,5	1,04	0,790	0,855	9,7
3	GT 3	0,1090	0,1090	0,0	1,10	0,705	0,695	1,44
4	GT 4	0,1140	0,0710	−60,0	0,72	0,516	0,520	0,77
5	GT 5	0,0970	0,1590	40,0	1,61	0,735	1,060	30,5
6	GT 6	0,1260	0,1220	3,3	1,24	0,330	0,510	53,0

În ceea ce privește rotirile specifice, se constată că teoria dezvoltată [3], [4] este mulțumitor confirmată de rezultatele încercărilor. Pentru a se putea pune în evidență influența forțelor tăietoare s-a considerat ca bază de comparație pentru aceste elemente experimentale o grindă simplă rezemată ($\Phi_M = 35{,}6 \times 10^{-4}$ rad/cm). care are aceleași caracteristici și același mod de solicitare ca și grinzile GT.

Din coloanele 6 și 7 se observă că la scăderea raportului $\frac{M}{Th_0}$ rotirea specifică va scădea pînă la aproximativ jumătate din cea corespunzătoare încovoierii pure, apoi începe să crească datorită încărcării directe, scăzînd apoi din nou. Acest fapt, pus în evidență de studiul teoretic și confirmat de datele experimentale, este deosebit de important pentru calculul în domeniul plastic deoarece pînă în prezent nu s-a mai ținut seama în mod real de influența forțelor tăietoare. Desigur aceste cîteva încercări nu pot să confirme cantitativ relațiile stabilite dar cel puțin au indicat același sens în variația rotirilor cu raportul $\frac{M}{Th_0}$.

În fig. 4 este reprezentat modul de dezvolatare al rotirilor θ_1 pentru cele șase grinzi de la încărcarea zero pînă la momentul distrugerii secțiunii. Se poate observa creșterea lor foarte mică, aproape lineară pînă la atingerea curgerii în armătura întinsă și apoi creșterea rapidă a rotirilor în timp ce momentul încovoietor crește mult mai încet.

Repartizarea rotirilor în lungul grinzilor la diferite trepte de încărcare și zona în lungul căreia armătura longitudinală a întrat în curgere înainte de atingerea momentului maxim sînt date în fig. 5. Se constată că zona de plastificare este limitată și că aceasta se restrînge pe măsura ce raportul $\frac{Th_0}{M}$ crește.

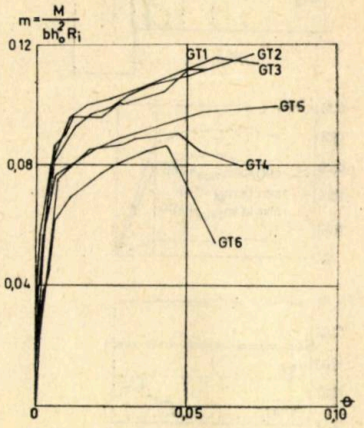


Fig. 4

În fig. 6 sînt reprezentate săgețile grinzilor la capătul liber.

În concluzie se cuvine să fie subliniate două aspecte:

– influența forței tăietoare asupra deformațiilor zonei comprimate și în consecință asupra capacității de rotire a articulațiilor plastice din beton armat, este foarte mare și nu poate fi neglijată lucru de care va trebui să se țină seama în viitor;

– încercările prezentate în această lucrare au confirmat calitativ și chiar cantitativ relațiile teoretice stabilite. Numărul restrîns al elementelor încercate

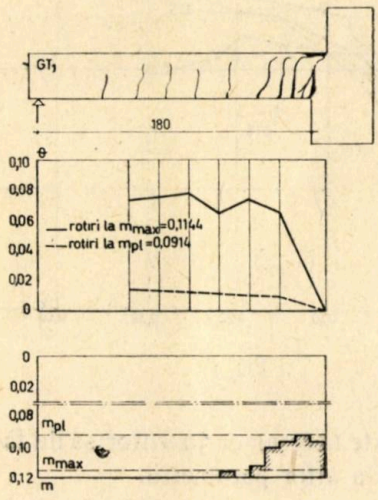


Fig. 5 *a*

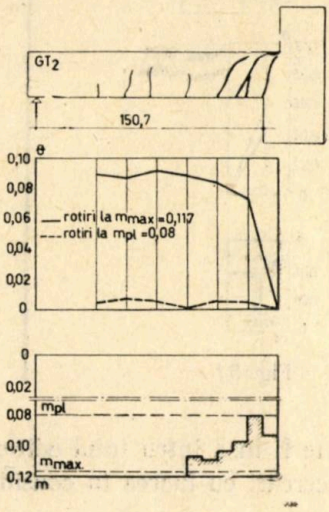


Fig. 5 *b*

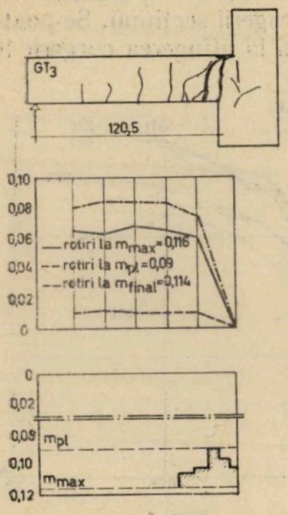


Fig. 5 *c*

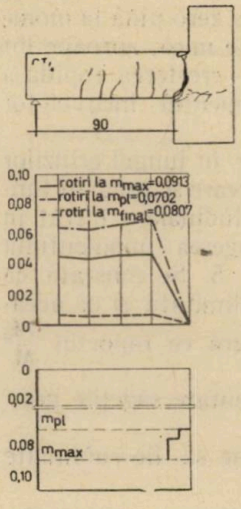


Fig. 5 *d*

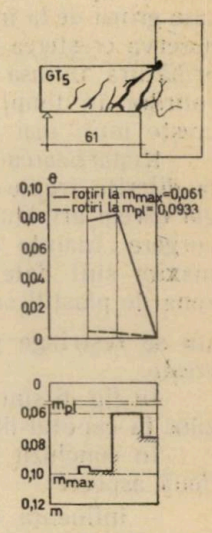


Fig. 5 *e*

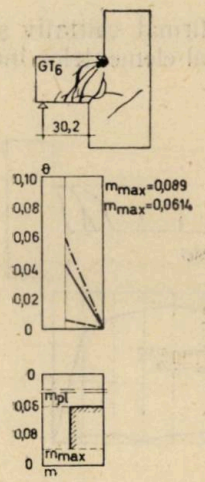


Fig. 5 *f*

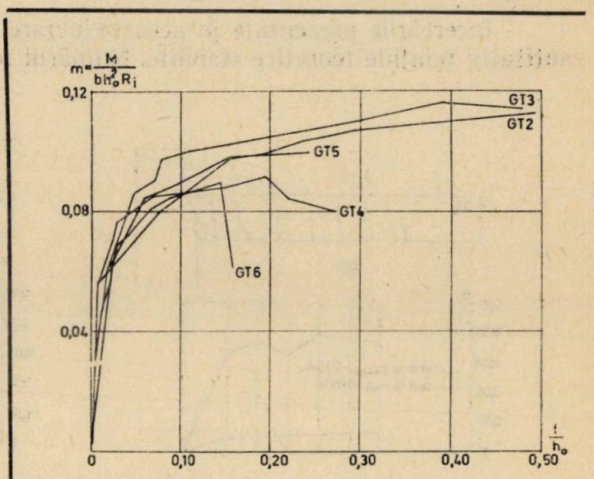


Fig. 6

nu poate fi însă întru totul edificator. Este necesar ca în viitor să fie făcute şi alte încercări cu luarea în considerare şi a altor parametrii.

Primită la redacţie 10. VII. 1969.

BIBLIOGRAFIE

1. F. Leonhardt, R. Walther, Schubversuche an einfeldigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Heft 151, R . F. G. (1962).
2. G. N. J. Kani, Basic facts concerning shear failure. Journal of the American Concrete Institute June 1966.
3. C. Bob, Influența forțelor tăietoare asupra stării de solicitare a elementelor de beton armat încovoiate. Buletinul științific și tehnic al Institutului politehnic Timișoara, fasc. 2, 1969, p. 777.
4. C. Bob, Contribuții la studiul articulațiilor plastice în structurile de beton armat formate din elemente liniare, Teză de doctorat, Timișoara 1969.

ИСПЫТАНИЕ ВЛИЯНИЯ РАЗРЕЗАЮЩЕГО УСИЛИЯ НА ДЕФОРМАЦИЮ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

(РЕЗЮМЕ)

Рассматривается влияние разрезающего усилия на деформации сжатой зоны при изгибе. Испытывались шесть железобетонных балок у которых единственным переменным параметром был пролет. При этом выявлялось влияние разрезающей силы.

Результаты испытаний показали что разрезающая сила влияет в большой мере на нагрузочное состояние железобетонного изгибающегося элемента.

TESTS FOR THE INFLUENCE OF SHEAR FORCES AN THE COMPRESIVE STRAINS OF REINFORCED CONCRETE BEAMS

ABSTRACT

The paper analyses the influence of shear forces on the compresive strains of reinforced concrete beams. Tests were performed on six identical reinforced concrete beams differing only by the size of their spans. The test results showed that shear forces have an appreciable influence on the behaviour of reinforced concrete beams; this influence should not be disregarded in design when using ultimate strength theory.

ASUPRA STABILITĂȚII LOCALE A TĂLPII PROFILELOR DIN TABLĂ SUBȚIRE, FORMATE LA RECE

DE

I. FLEȘERIU

1. INTRODUCERE

Practica proiectării elementelor de construcții metalice — îndeosebi în cazul cînd acestea se realizează din profile cu pereți subțiri — ridică deseori probleme de verificare la voalare a unor plăci plane dreptunghiulare care se găsesc în condiții de rezemare pe contur și de încărcare încă nestudiate complet în literatura de specialitate. Așa este de exemplu cazul plăcilor articulate sau încastrate pe una din laturile lungi și libere pe latura opusă, încărcate cu forțe de compresiune ce acționează în planul median al plăcii și sînt distribuite liniar pe latura scurtă a acesteia (caz de compresiune excentrică, dată de o forță aplicată între limitele sîmburelui central al secțiunii transversale a plăcii). Asemenea situații pot fi întîlnite în practică în cazul verificării stabilității locale a tălpilior comprimate ale profilelor *Z* sau *U*, (fig. 1 *a*, *e*) din tablă subțire presată la rece, solicitate la încovoiere sau la compresiune excentrică. Dacă talpa și inima profilului își pierd stabilitatea simultan, secțiunea transversală a acestuia se deformează ca în fig. 1 *b*, *c*, *f*, *g*, tangentele la cele două curbe de intersecție a suprafețelor mediane deformate cu planul secțiunii transversale rotindu-se liber, cu același unghi, în jurul muchiei de intersecție a tălpii cu inima. În acest caz talpa trebuie considerată ca o placă simplu rezemată (articulată) în dreptul acestei muchii.

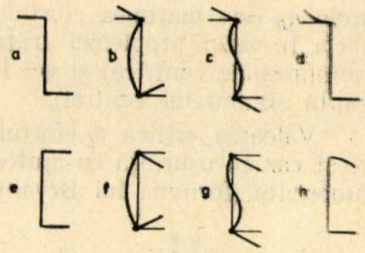


Fig. 1

Dacă însă una din tălpi își pierde stabilitatea înaintea inimii, inima rămîne nedeformată iar talpa profilului se deformează ca în fig. 1 *d*, *h*, fără ca în extremitatea din spre inimă, tangenta la curba de intersecție a suprafeței mediane a tălpii cu planul secțiunii transversale, să se roteacsă. În acest caz talpa superioară a profilului trebuie considerată ca o placă încastrată în dreptul muchiei de intersecție cu inima.

Pentru fiecare din cele două cazuri de rezemare a tălpii arătate mai sus, în cele ce urmează se stabilesc relaţiile de calcul necesare pentru determinarea rezistenţelor critice de voalare.

2. VOALAREA TĂLPII, CONSIDERATĂ CA O PLACĂ DREPTUNGHIULARĂ ÎNCĂRCATĂ CU FORŢE DE COMPRESIUNE CE VARIAZĂ LINIAR, SIMPLU REZEMATĂ DE-A LUNGUL A DOUĂ LATURI PERPENDICULARE DIRECŢIEI DE COMPRESIUNE ŞI AVÎND DIFERITE CONDIŢII DE MARGINE DE-A LUNGUL CELORLALTE DOUĂ LATURI

Se consideră o placă dreptunghiulară (fig. 2) simplu rezemată de-a lungul laturilor $x=0$ şi $x=a$ şi avînd diferite condiţii de margine de-a lungul celorlalte două laturi. Placa este încărcată în planul median cu forţe de compresiune (eforturi secţionale) aplicate de-a lungul laturilor $x=0$ respectiv $x=a$ şi care variază liniar conform relaţiei:

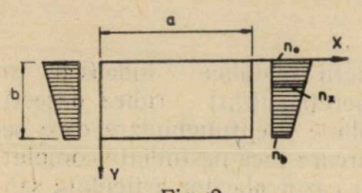


Fig. 2

$$n_x = n_0\left(1-\psi\frac{y}{b}\right) \tag{1}$$

unde n_0 este mărimea efortului secţional de compresiune de-a lungul laturii $y=0$, iar ψ un coeficient numeric dat de relaţia:

$$\psi = \frac{n_0 - n_b}{n_0} \tag{2}$$

unde n_b este mărimea efortului secţional de compresiune de-a lungul laturii $y=b$. În cazul problemei tratate, coeficientul ψ variază între limitele $\psi=0$; (compresiune centrică) şi $\psi=1$; (compresiune excentrică cu forţa aplicată la limita sîmburelui central).

Valoarea critică a efortului secţional de compresiune poate fi găsită în acest caz cu uşurinţă cu ajutorul metodei energetice, prin integrarea expresiei cunoscute (formula lui Bryan):

$$-\frac{1}{2}\int_0^a\int_0^b\left[n_x\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2+n_y\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2+2n_{xy}\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}\right]dxdy=$$

$$=\frac{D}{2}\int_0^a\int_0^b\left\{\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2-2(1-\nu)\left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}-\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right)^2\right]\right\}dxdy \tag{3}$$

unde: w este deplasarea (săgeata) unui punct de pe suprafaţa mediană deformată a plăcii;

n_x şi n_y — eforturile secţionale normale;

n_{xy} — efortul secțional tangențial;
D — rigiditatea la încovoiere a plăcii, dată de relația:

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \tag{4}$$

ν — coeficientul lui Poisson ($\nu=0{,}3$).

În cazul problemei tratate n_x este dat de relația (1)* iar n_y și n_{xy} au valorile:

$$n_y=0\,;\quad n_{xy}=0. \tag{5 a, b}$$

Admițîndu-se că sub acțiunea forțelor de compresiune placa flambează în sens longitudinal în m semiunde sinusoidale, săgeata w, într-un punct oarecare al plăcii, poate fi exprimată cu ajutorul relației:

$$w=f(y)\sin\frac{m\pi x}{a} \tag{6}$$

unde $f(y)$ este o funcție numai de y care depinde de condițiile de rezemare de-a lungul laturilor $y=0$ și $y=b$.

Expresia (6) satisface condițiile de margine de-a lungul laturilor $x=0$ și $x=a$, deoarece [1]:

$$w=0 \quad \text{și} \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\nu\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}=0 \tag{7 a, b}$$

atît pentru $x=0$ cît și pentru $x=a$.

2.1. Talpa (placa) nerezămată de-a lungul laturii $y=0$ și simplu rezemată de-a lungul laturii $y=b$

În acest caz este necesar ca funcția $f(y)$ să fie astfel aleasă încît expresia (6) să satisfacă condițiile de margine [1]:

$$w=0\,;\quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\nu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0,\quad \text{pentru}\quad y=b \tag{8 a, b}$$

respectiv:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\nu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0\,;\quad \frac{\partial^3 w}{\partial y^3}+(2-\nu)\frac{\partial^3 w}{\partial x^2\partial y}=0\,;\quad \text{pentru}\quad y=0. \tag{9 a, b}$$

Admițînd că în sens transversal pe direcția forțelor de compresiune placa se deformează liniar, pentru funcția $f(y)$ poate fi admisă o expresie de forma [2]:

$$f(y)=C\left(1-\frac{y}{b}\right) \tag{10}$$

* Epresia (1) se introduce în formula (3) cu semn schimbat deoarece n_x este un efort secțional de compresiune.

care introdusă în (6) duce la

$$w = C\left(1 - \frac{y}{b}\right)\sin\frac{m\pi x}{a}. \tag{11}$$

Se constată uşor că expresia (11) satisface integral condiţiile (8) dar nu satisface decît în parte condiţiile (9). Aceasta se explică prin faptul că în realitate deformaţiile plăcii în sens transversal nu variază liniar ci după o linie uşor curbată care se apropie tot mai mult de o dreaptă cu cît latura a a plăcii creşte şi care degenerează într-o dreaptă cînd $a = \infty$.

Aceasta va face ca valorile obţinute prin aplicarea relaţiei (3) să fie aproximative. Aceste valori sînt însă cu atît mai apropiate de cele exacte, cu cît lungimea a a laturii plăcii este mai mare.

Calculînd derivatele parţiale ale expresiei (10) :

$$\frac{\partial w}{\partial x} = C\frac{m\pi}{a}\left(1 - \frac{y}{b}\right)\cos\frac{m\pi x}{a} \tag{12 a}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -C\frac{m^2\pi^2}{a}\left(1 - \frac{y}{b}\right)\sin\frac{m\pi x}{a} \tag{12 b}$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = -C\frac{1}{b}\sin\frac{m\pi x}{a} \tag{12 c}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 2 \tag{12 d}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = -C\frac{m\pi}{ab}\cos\frac{m\pi x}{a} \tag{12 e}$$

introducîndu-le în (3) şi ţinînd seama de valorile (1) şi (5 a, b) rezultă :

$$C^2\frac{m^2\pi^2}{a^2}n_{0f}\int_0^a\int_0^b\left(1 - \psi\frac{y}{b}\right)\left(1 - \frac{y}{b}\right)^2\cos^2\frac{m\pi x}{a}\,dxdy =$$

$$= D\left[C^2\frac{m^4\pi^4}{a^4}\int_0^a\int_0^b\left(1 - \frac{y}{b}\right)^2\sin^2\frac{m\pi x}{a}\,dxdy + 2(1-\nu)C^2\frac{m^2\pi^2}{a^2b^2}\int_0^a\int_0^b\cos\frac{m\pi x}{a}\,dxdy\right] \tag{13}$$

sau după efectuarea operaţiilor de integrare :

$$C^2\frac{m^2\pi^2}{a^2}n_{0f}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{12}\psi\right)\frac{ab}{2} = DC^2\frac{m^2\pi^2}{a^2}\left[\frac{m^2\pi^2}{a^2}\cdot\frac{ab}{6} + 2(1-\nu)\frac{a}{2b}\right]; \tag{14}$$

de unde, ţinînd seama de (4) şi după unele transformări, se obţine :

$$n_{0f} = \frac{\pi^2 Et^3}{12(1-\nu^2)b^2}\cdot\frac{1}{1 - 0{,}25\,\psi}\left[m^2\frac{b^2}{a^2} + \frac{6(1-\nu)}{\pi^2}\right]. \tag{15}$$

În mod evident efortul secțional critic n_{0f} este minim pentru $m=1$, adică pentrul cazul în care placa voalată prezintă în sens longitudinal o singură semiundă.

Introducînd în (15) valorile $\nu=0{,}3$ și $m=1$ și ținînd seama de relația cunoscută:

$$\sigma_f = \frac{n_{0f}}{t} = k\sigma_E \tag{16}$$

unde σ_E reprezintă rezistența critică după Euler, (pentru o fîșie de placă de lățime unitară, cu lungimea de flambaj $l_f=b$) dată de expresia:

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 = \frac{\pi^2 E}{10{,}92} \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 = 1\,898\,000\left(\frac{t}{b}\right)^2; \quad \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \tag{17}$$

se obține imediat valoarea rezistenței critice la voalare:

$$\sigma_f = \frac{1}{1-0{,}250\,\psi}\left(\frac{b^2}{a^2} + 0{,}426\right)\sigma_E \tag{18}$$

respectiv expresia parametrului critic:

$$k = \frac{1}{1-0{,}250\,\psi}\left(\frac{b^2}{a^2} + 0{,}426\right). \tag{19}$$

Pentru plăcile cu lungime mare cum sînt tălpile profilelor din tablă presată la rece, raportul $\frac{b^2}{a^2}$ tinde către zero, în acest caz relațiile (18) și (19) capătă forma

$$\sigma_f = \frac{0{,}426}{1-0{,}250\,\psi}\sigma_E \tag{20}$$

respectiv

$$k = \frac{0{,}426}{1-0{,}250\,\psi}. \tag{21}$$

Pentru mărimile limită ale coeficientului ψ, relația (21) dă valorile:

– pentru $\psi=0 \ldots k=0{,}426$ (22)

– pentru $\psi=1 \ldots k=0{,}567$ (23)

care corespund cu valorile date în literatură [3] pentru cazurile limită ($\psi=0$ și $\psi=1$), astfel că rezultatele obținute din (20) și (21) sînt corespunzătoare pentru orice valori ale lui ψ cuprinse între 0 și 1.

2.2. Talpa (placa) nerezemată de-a lungul laturii $y=0$ și încasată de-a lungul laturii $y=b$

De data aceasta funcția $f(y)$ trebuie să fie astfel aleasă încît expresia (6) să satisfacă condițiile de margine [1]:

$$w=0; \quad \frac{\partial w}{\partial y}=0; \quad \text{pentru } y=b \tag{24 a, b}$$

respectiv :

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\nu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0;\quad \frac{\partial^3 w}{\partial y^3}+(2-\nu)\frac{\partial^3 w}{\partial x^2\partial y}=0 \quad \text{pentru } y=0 \qquad (25\text{ a, b})$$

În acest sens, pentru rezolvarea unor probleme similare, în literatura de specialitate se obişnuieşte să se admită o funcţie de forma [2] :

$$f(y)=C\left(1-\sin\frac{\pi y}{2b}\right) \qquad (26)$$

care datorită faptului că nu satisface într-o măsură suficientă condiţiile de margine (25 a, b) duce la valori ale rezistenţei critice de voalare cu circa 10% mai mari decît cele reale. Această eroare de calcul fiind prea mare, în cazul problemei de faţă, în locul curbei (26) se va căuta o altă curbă $f(y)$, mai apropiată de cea reală.

În acest scop — prin analogie cu un procedeu utilizat în problemele de stabilitate a barelor — se va utiliza următoarea metodă aproximativă : se detaşează din placă o fîşie, paralelă cu axa y, de lăţime unitară şi de lungime b, avînd la capetele $y=0$ şi $y=b$ aceleaşi condiţii de rezemare ca şi placa ; apoi se încarcă această fîşie (pe schema nedeformată) cu forţe transversale (concentrate sau distribuite) şi se stabileşte ecuaţia fibrei medii deformate care se consideră apoi drept curbă aproximativă pentru $f(y)$.

Încărcînd fîşia de placă cu o încărcare transversală uniform distribuită, în cazul problemei de faţă se găseşte ecuaţia fibrei medii deformate cunoscută

$$f(y)=C\left(3-4\frac{y}{b}+\frac{y^4}{b^4}\right) \qquad (27)$$

care introdusă în (6) duce la expresia

$$w=C\left(3-4\frac{y}{b}+\frac{y^4}{b^4}\right)\sin\frac{m\pi x}{a}. \qquad (28)$$

Expresia (28) satisface integral condiţiile de margine (24 a, b) dar satisface numai parţial condiţiile (25 a, b) deci valorile obţinute prin aplicarea relaţiei (3) vor fi numai aproximative.

Calculînd derivatele parţiale :

$$\frac{\partial w}{\partial x}=C\frac{m\pi}{a}\left(3-4\frac{y}{b}+\frac{y^4}{b^4}\right)\cos\frac{m\pi x}{a} \qquad (29\text{ a})$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=-C\frac{m^2\pi^2}{a^2}\left(3-4\frac{y}{b}+\frac{y^4}{b^4}\right)\sin\frac{m\pi x}{a} \qquad (29\text{ b})$$

$$\frac{\partial w}{\partial y}=C\frac{4}{b}\left(-1+\frac{y^3}{b^3}\right)\sin\frac{m\pi x}{a} \qquad (29\text{ c})$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}=C\frac{12}{b^2}\cdot\frac{y^2}{b^2}\sin\frac{m\pi x}{a} \qquad (29\text{ d})$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}=C\frac{4m\pi}{ab}\left(-1+\frac{y^3}{b^3}\right)\cos\frac{m\pi x}{a} \qquad (29\text{ e})$$

introducîndu-le în (3) și ținînd seama de (1) și (5 a, b) se obține:

$$C^2\frac{m^2\pi^2}{a^2}n_{0f}\int_0^a\int_0^b\left(1-\psi\frac{y}{b}\right)\left(3-4\frac{y}{b}+\frac{y^4}{b^4}\right)^2\cos^2\frac{m\pi x}{a}\,dxdy=$$

$$=D\int_0^a\int_0^b\left\{C^2\frac{m^4\pi^4}{a^4}\left(3-4\frac{y}{b}+\frac{y^4}{b^4}\right)^2\sin^2\frac{m\pi x}{a}-24\,C^2\frac{m^2\pi^2}{a^2b^2}\cdot\right.$$

$$\cdot\left(3-4\frac{y}{b}+\frac{y^4}{b^4}\right)\frac{y^2}{b^2}\sin^2\frac{m\pi x}{a}+144\frac{C^2}{b^4}\cdot\frac{y^4}{b^4}\sin^2\frac{m\pi x}{a}-$$

$$-2(1-\nu)\left[-12\,C^2\frac{m^2\pi^2}{a^2b^2}\left(3-4\frac{y}{b}+\frac{y^4}{b^4}\right)\frac{y^2}{b^2}\sin^2\frac{m\pi x}{a}-\right.$$

$$\left.\left.-16\,C^2\frac{m^2\pi^2}{a^2b^2}\left(-1+\frac{y^3}{b^3}\right)^2\cos^2\frac{m\pi x}{a}\right]\right\}dxdy \qquad (30)$$

sau după efectuarea operațiilor de integrare

$$C^2\frac{m^2\pi^2}{a^2}n_{0f}\left(\frac{104}{45}-\frac{32}{70}\psi\right)\frac{ab}{2}=D\left[C^2\frac{m^4\pi^4}{a^4}\cdot\frac{104}{45}\cdot\frac{ab}{2}-\right.$$

$$-C^2\frac{m^2\pi^2}{a^2b^2}\cdot\frac{24}{7}\cdot\frac{ab}{2}+C^2\frac{1}{b^4}\cdot\frac{144}{5}\cdot\frac{ab}{2}+$$

$$\left.+2(1-\nu)\cdot\left(C^2\frac{m^2\pi^2}{a^2b^2}\cdot\frac{12}{7}\cdot\frac{ab}{2}+C^2\frac{m^2\pi^2}{a^2b^2}\cdot\frac{72}{7}\cdot\frac{ab}{2}\right)\right] \qquad (31)$$

de unde, ținînd seama de (4) și după unele transformări, rezultă:

$$n_{0f}=\frac{\pi^2Ef^3}{12(1-\nu^2)b^2}\cdot\frac{1}{1-0{,}1978\,\psi}\left(\frac{m^2b^2}{a^2}+0{,}1279\frac{a^2}{m^2b^2}+0{,}5862\right). \qquad (32)$$

Valoarea minimă a lui n_{0f} se obține din condiția [2]:

$$\frac{dn_{0f}}{dm}=0 \qquad (33)$$

sau

$$\frac{m^2b^2}{a^2}-0{,}1279\frac{a^2}{m^2b^2}=0 \qquad (34)$$

de unde se scoate

$$\frac{a^2}{m^2b^2}=2{,}7958. \qquad (35)$$

Introducînd în (32) valoarea (35) respectiv valoarea $\nu=0{,}3$ și utilizînd relațiile (16) și (17) se obține expresia rezistenței critice de voalare a plăcii:

$$\sigma_f=\frac{1{,}3016}{1-0{,}1978\,\psi}\sigma_E \qquad (36)$$

respectiv expresia parametrului critic:

$$k = \frac{1.3016}{1-0{,}1978\,\psi}. \tag{37}$$

Utilizînd relaţia (37) pentru determinarea parametrilor critici corespunzători valorilor limită ale coeficentului ψ se găseşte:

– pentru $\psi=0 \ldots k=1{,}3016$ (38)

– pentru $\psi=1 \ldots k=1{,}6225$ (39)

Valoarea (38) diferă de valoarea ($k=1{,}280$) dată în literatură [3], cu $+1{,}69\%$, iar valoarea (39) diferă de valoarea ($k=1{,}634$) dată în literatură, cu $-0{,}70\%$, ceea ce se explică prin faptul că funcţia (27) admisă în calcule este aproximativă.

Dacă se corectează relaţiile (36) şi (37) astfel încît pentru cazurile în care coeficientul ψ ia valori limită ($\psi=0$ şi $\psi=1$) – aceste relaţii să dea valori egale cu cele date în literatura de specialitate, se obţine:

$$\sigma_f = \frac{1{,}2800}{1-0{,}2176\,\psi}\,\sigma_E \tag{40}$$

respectiv

$$k = \frac{1{,}2800}{1-0{,}2176\,\psi}. \tag{41}$$

Relaţiile (40) şi (41) astfel corectate dau rezultate corespunzătoare pentru toate valorile lui ψ cuprinse între 0 şi 1.

BIBLIOGRAFIE

1. S. P. Timoshenko, J. M. Gere, *Teoria stabilităţii elastice*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1967.
2. F. Hartmann, *Stahlbrückenbau I*, Franz Deuticke, Wien, 1946.
3. * * *, *Stahl im Hochbau*, 13 Auflage, Verlag Stahleisen M.B.H., Düsseldorf, 1967.

К ВОПРОСУ МЕСТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ПОЯСА ТОНКОЛИСТОВЫХ ХОЛОДНОКАТАННЫХ ПРОФИЛЕЙ

(РЕЗЮМЕ)

В работе исследуются возможности потери при вуалировании местной устойчивости тонколистовых холоднокатанных профилей, считая пояс, плоской прямоугольной плитой свободно лежащей или заделанной по одной из длинных сторон, и свободной на противоположной стороне; загруженной в средней плоскости, сжимающими линейно распределёнными силами, вдоль коротких сторон.

Установленны расчётные формулы для определения критического сопротивления пояса вуалированию, и указана область применимости исследованных случаев на практике.

BEZÜGLICH DER BEULUNG DER FLANSCHE BEI DÜNNWANDIGEN KALTVERFORMTEM TRÄGERN

(ZUSAMMENFASSUNG)

Es werden die Möglichkeiten der Beulung der Flansche von dünnwändigen kaltverformten Querschnitten studiert, indem man den Flansch als eine auf einer der langen Seiten einfach gelagerte oder eingespannte und auf der gegenüberliegenden Seite, freie, Rechteckplatte annimmt, welché in ihrer Miltelebene entlang der kurzen Seite von gleichförmig verteilten Druckkräften beansprucht wird.

Für die untersuchten Fälle werden Berechnungsgleichungen zur Bestimmung der kritischen Beulspannung des Flansches aufgestellt und der praktische Anwendungsbereich festgelegt.

MĂSURI PENTRU MĂRIREA PRECIZIEI STABILIRII TASĂRILOR PRIN NIVELMENTUL GEOMETRIC *

DE

D. GUȚESCU, I. ROSENAUER, EUGENIA FILIMON

1. SCOPUL LUCRĂRII

Nivelmentul geometric de mare precizie este, azi, una dintre metodele cele mai folosite pentru măsurarea tasărilor construcțiilor. Ținînd cont de mărimile acestor tasări (foarte mici în unele cazuri) cît și de scopul acestor măsurători (siguranța în exploatare a construcțiilor, verificarea ipotezelor de evaluarea tasărilor și dimensionare a fundațiilor, ele impun pretenții maxime de precizie.

Deplasarea pe verticală (tasarea) unui punct al construcției rezultă din variația în timp a diferenței de nivel între acest punct (reper marcă) și un punct independent față de construcție și neinfluențat de tasarea acesteia, considerat fix (reperul fix). Ca oricare mărime determinată prin măsurători și tasarea este afectată de erori.

Principalele surse de erori care influențează precizia nivelmentului geometric folosit la stabilirea tasărilor, rezultă din tabelul 1.

Din tabelul 1 rezultă că influența acestor erori poate fi redusă în mod simțitor prin adaptarea unei metode judicioase de lucru adaptat la condițiile locului de muncă.

Urmărirea tasărilor pe o perioadă îndelungată (1964-1968) au scos în evidență o serie de concluzii referitoare la posibilitățile de mărirea preciziei acestor măsurători.

Lucrarea de față concretizează și justifică aceste concluzii pe baza observațiilor făcute referindu-se în mod special asupra alegerii locului de amplasare a reperilor ficși și a punctelor de stații. Deși rezultatele sînt caracteristice pentru construcțiile susamintite, pot fi extinse cu ușurință pentru orice tip de construcții și chiar pentru alte lucrări de nivelment.

---

* Prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din I.P.T. — mai 1968.

Tabelul 1

Nr. crt.	Denumirea erorii	Modul de eliminare sau de reducere a erorii
1	Eroarea de neorizontalitatea axei de viză datorită neparalelismului ei cu directricea nivelei nivelitice (e_1)	Rectificarea instrumentului *Nivelment geometric de la mijloc* Scurtarea porteelor de nivelment.
2	Eroarea de neorizontalitatea axei de viză datorită coincidenței imperfecte a nivelei nivelitice (e_2)	Folosirea instrumentelor cu compensator. Repetarea nivelmentului. Scurtarea porteelor de nivelment.
3	Eroarea datorită neverticalității mirei (e_3)	Rectificarea nivelelor sferice atașate la mină și folosirea proptelelor de mină. Balansarea mirei în jurul poziției verticale. Repetarea citirilor pe mină.
4	Eroarea de tasare a instrumentului de nivelment (e_4)	Amplasarea aparatului pe un suport stabil. Prin aplicarea metodei de citire înapoi — înainte — înapoi.
5	Eroarea de gradație a mirei (e_5)	Alternarea mirelor. Eliminarea mirelor defecte prin etalonare.
6	Eroarea de sefricitate a pămîntului (e_6)	Calculul corecției de sfericitate. *Nivelment geometric de la mijloc.* Scurtarea porteelor de nivelment.
7	Eroarea datorită refracției luminii (e_7)	Calculul corecției de refracție *Nivelment geometric de la mijloc* Scurtarea porteelor de nivelment.
8	Eroarea cauzată de variația coeficientului de refracție atmosferică în timpul observațiilor (e_8)	Evitarea porteelor lungi. *Nivelment geometric de la mijloc.*
9	Eroarea datorită influenței temperaturii asupra mirei (e_9)	Folosirea mirelor de invar.
10	Eroarea datorită micrometrului optic (e_{10})	Repetarea citirilor rotind micrometrul în același sens.
11	Eroarea datorită vibrațiilor mecanice sau cauzate de vînt (e_{11})	Instalarea de amortizare. Folosirea instrumentelor cu nivelă. Intreruperea lucrului în mediul vibrator.
12	Eroarea datorită influenței radiațiilor solare asupra instrumentelor și a trepiedului (e_{12})	Protecția instrumentului și a trepiedului cu umbrele topografice. Folosirea instrumentelor cu compensator.
13	Eroarea datorită slabei vizibilități (e_{13})	Evitarea măsurătorilor pe timpul unei slabe vizibilități. Portee scurte. Iluminare artificială.
14	Eroarea datorită focusării (e_{14})	*Nivelment geometric de la mijloc.*
15	Eroarea de citire pe mira (e_{15})	Micșorarea porteelor de nivelment.
16	Eroarea datorită unor defecte ale reperilor marcă.	Asigurarea aceleiași poziții reperului marcă în timpul observațiilor.

2. DETERMINAREA POZIȚIEI PUNCTULUI DE STAȚIE PENTRU O POZIȚIE IMPUSĂ A REPERULUI FIX

Din tabelul 1 rezultă că erorile e_1, e_6, e_7, e_8, și e_{14} pot fi eliminate prin nivelment geometric de la mijloc sau reduse simțitor printr-un nivelment geometric cu portee aproximativ egale. Respectarea condițiilor amplasamentului unui reper fix pentru urmărirea tasărilor impune de multe ori acestuia o poziție dată. Cunoscînd această poziție și pozițiile reperilor marcă (care prin tasarea lor reflectă cît mai fidel tasarea construcției) se pune problema de a găsi care este poziția punctului de stație sau al punctelor de stație astfel ca să fie respectată condiția de mai sus.

2.1. Reperi marcă pe un aliniament cu distanța egală între ei (fig. 1)

Lungimea porteei $\overline{SR}=d$ este

$$d^2=(a_0-x_s)^2+(b_0-y_s)^2.$$

Lungimea porteei

$$\overline{Sr}_k=d_k \quad (k=0,\ 1\ldots,\ n)$$

$$d_k^2=x_s^2+(y_s-k\cdot b)^2.$$

Diferența lungimilor celor două portee este de

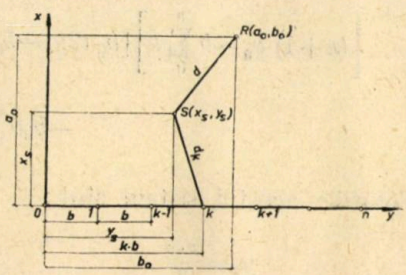


Fig. 1

$$d_k^2-d^2=a_0(2x_s-a_0)+b_0(2y_s-b_0)-b(2k\cdot y_s-k^2b).$$

În funcție de poziția punctului de stație $S(x_s,\ y_s)$ și a reperului marcă r_k, diferența $d_k^2-d^2$ poate avea semnul (+) sau (−). Pentru a scăpa de dualitatea semnului se ridică la pătrat diferența $d_k^2-d^2$ și se obține

$$(d_k^2-d^2)^2=a_0^2(2x_s-a_0)^2+b_0^2(2y_s-b_0)^2+b^2(2k\cdot y_s-k^2b)^2+$$

$$+2a_0b_0(2x_s-a_0)(2y_s-b_0)-2a_0b(2x_s-a_0)(2ky_s-k^2b)-$$

$$-2b_0b(2y_s-b_0)(2ky-k^2b).$$

Însumînd aceste patrate obținem:

$$F_1(x_s,\ y_s)=\sum_{k=0}^{n}(d_k^2-d^2)=(n+1)\,a_0^2(2x_s-a_0)^2+(n+1)\,b_0^2(2y_s-b_0)^2+$$

$$+2(n+1)\,a_0b_0\,(2x_s-a_0)\,(2y_s-b_0)+b^2\sum_{k=0}^{n}(2ky_s-k^2b)^2-$$

$$-2a_0b\,(2x_s-a_0)\sum_{0}^{n}(2ky_s-k^2b)-2bb_0\,(2y_s-b_0)\sum_{0}^{n}2ky-k^2b.$$

Coordonatele punctului de stație rezultă punînd condiția ca suma patratelor diferențelor să fie minimă, adică:

$$\frac{\partial F}{\partial x_s}=0 \quad \text{și} \quad \frac{\partial F}{\partial y}=0.$$

Punind această condiție rezultă sistemul:

$$(n+1)\,a_0\,(2x_s-a_0)+(n+1)\,b_0\,(2y_s-b_0)-b\sum_{0}^{n}(2ky_s-k^2b)=0$$

$$\left[(n+1)\,b_0-b\sum_{0}^{n}k\right]\left[b_0\,(2y_s-b_0)+a_0\,(2x_s-a_0)\right]+b^2\sum_{0}^{n}k\,(2ky_s-k^2b)-$$

$$-b_0b\sum_{0}^{n}2ky-k^2b=0.$$

Soluțiile acestui sistem sînt:

$$y_s=\frac{n\cdot b}{2}$$

$$x_s=\frac{a_0}{2}+\frac{b}{2(n+1)\,a_0}\left(n\sum_{0}^{n}k-\sum_{0}^{n}k^2\right)-\frac{b_0}{2a_0}(nb-b_0), \tag{1}$$

Dacă numărul reperilor marcă este mare, nivelarea lor dintr-o singură stație ar duce la diferențe mari între lungimile porteelor (d_k-d) pentru unele puncte. În acest caz se va recurge la mai multe stații. Determinarea pozițiilor acestor stații se poate face cu relațiile (1) alegînd pentru fiecare grup de reperi marcă un sistem de axe analog cu cel din fig. 1 așa cum rezultă din fig. 2

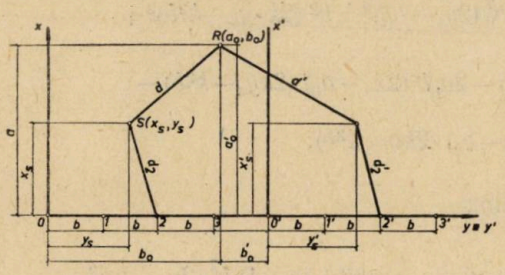


Fig. 2

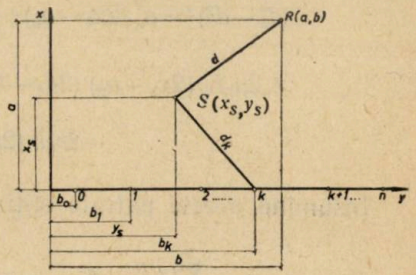


Fig. 3

2.2. **Reperi marcă pe un aliniament la distanțe neegale** (fig. 3)

Urmărind același raționament ca la 2.1 obținem:

$$d^2=(a-x_s)^2+(b-y_s)^2$$

$$d_k^2=x_s^2+(b_k-y_s)^2$$

$$d_k^2-d^2=b_k^2-a^2-b^2-2y_s(b_k-b)+2ax_s$$

Introducînd notațiile

$$\begin{aligned} A_k&=b_k^2-a^2-b^2\\ B_k&=b_k-b\\ C_k&=a \end{aligned} \qquad (2)$$

se obține:

$$(d_k^2-d^2)^2=A_k^2+4B_k^2y_s^2+4C_k^2x_s^2-4A_kB_ky_s+4A_kC_kx_s-8B_kC_kx_sy_s.$$

$$F_2(xy)=\sum_0^n(d_k^2-d^2)^2=\sum_0^n A_k^2+4y_s^2\sum_0^n B_k^2+4x_s^2\sum_0^n C_k^2-4y_s\sum_0^n A_kB_k+$$

$$+4x_s\sum_0^n A_kC_k-8x_sy_s\sum_0^n B_kC_k.$$

Punînd condițiile de minim acestei fnncții $\left(\frac{\partial F}{\partial x}=0 \text{ și } \frac{\partial F}{\partial y}=0\right)$ și ținînd cont de notațiile (2) rezultă sistemul

$$\begin{aligned} 2x_s\sum_0^n C_k-2y_s\sum_0^n B_k+\sum_0^n A_k&=0\\ 2y_s\sum_0^n B_k^2-2x_s\sum_0^n B_kC_k-\sum_0^n A_kB_k&=0. \end{aligned} \qquad (3)$$

Rezolvînd sistemul (3) se obține:

$$y_s=\frac{\sum_0^n A_k\sum_0^n B_k-(n+1)\sum_0^n A_kB_k}{2\left(\sum_0^n B_k\sum_0^n B_k-(n+1)\right)\sum_0^n B_k^2}$$

$$x_s=\frac{2y_s\sum_0^n B_k-\sum_0^n A_k}{2\sum_0^n C_k}=\frac{2y_s\sum_0^n B_k^2-\sum_0^n A_kB_k}{2\sum_0^n B_kC_k}. \qquad (4)$$

Relaţiile (4) sînt valabile şi pentru determinarea mai multor puncte de staţii corespunzătoare unui grup mai restrîns de reperi marcă. În acest caz $n+1$ reprezintă numărul total de puncte care se nivelează din punctul respectiv.

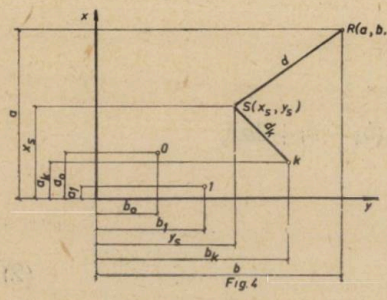


Fig. 4

2.3. Reperii marcă într-o poziţie oarecare (fig. 4)

$$d^2=(a-x_s)^2+(b-y_s)^2$$

$$d_k^2=(a_k-x_s)^2+(b_k-y_s)^2$$

$$d_k^2-d^2=a_k^2+b_k^2-a^2-b^2+2x_s\,(a-a_k)+ +2y_s\,(b-b_k)$$

Introducînd notaţiile

$$A_k=a_k^2+b_k^2-a^2-b^2$$
$$B_k=b-b_k$$
$$C_k=a-a_k$$

şi urmărind acelaşi raţionament ca şi la 2.1 şi 2.2 obţinem:

$$y_s=\frac{\sum_0^n C_kA_k\sum_0^n C_kB_k-\sum_0^n B_kA_k\sum_0^n C_k^2}{\sum_0^n B_k^2\sum_0^n C_k^2-\sum_0^n C_kB_k\sum_0^n C_kB_k}$$

$$x_s=\frac{-2y_s\sum_0^n C_kB_k-\sum_0^n A_kC_k}{2\sum_0^n C_k^2} \qquad (5)$$

$$x_s=\frac{-2y_s\sum_0^n B_k^2-\sum_0^n B_kA_k}{2\sum_0^n C_kB_k}.$$

3. DETERMINAREA NUMĂRULUI OPTIM DE PUNCTE DE STAŢIE

Pentru determinarea numărului optim de puncte de staţie s-a luat în considerare precizia care se poate obţine şi volumul de muncă necesar pentru obţinerea acesteia. Acest calcul s-a făcut pentru cazul concret al silozului Orţişoara obţinînd următoarele rezultate:

Dispunerea reperilor marcă ($r_0 \div r_9$ şi $r_{10} \div r_{19}$) rezultă din fig. 5. Pentru urmărirea tasărilor marcă

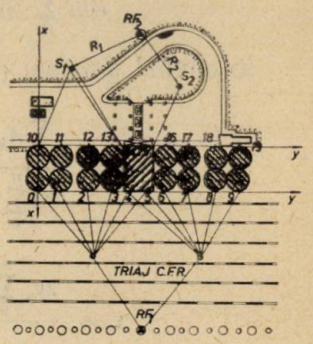


Fig. 5

$r_0 \div r_9$ poziţia reperului relativ fix RF_1 a fost impusă din condiţii de siguranţă a stabilităţii $a=45{,}00$ m, $b=32{,}30$ m.

a) Poziţia punctului de staţie în ipoteza că folosim un singur punct de staţie rezultă din tabelul 2.

Tabelul 2

Nr. reper marcă	b_k	b_k^2	A_k	B_k	B_k^2	C_k	C_k^2	$B_k \cdot A_k$
0	0	0	−3 068,29	−32,30	1 043,29	45,00	2 025,00	+99 105,77
1	7,50	56,25	−3 012,04	−24,80	615,04	„	„	+74 698,59
2	16,30	265,69	−2 802,60	−16,00	256,00	„	„	+44 841,60
3	23,80	566,44	−2 501,85	−8,50	72,25	„	„	+21 265,73
4	29,55	873,20	−2 195,09	−2,75	7,56	„	„	+6 036,50
5	35,05	1 228,50	−1 839,79	+2,75	7,56	„	„	−5 059,42
6	40,80	1 664,64	−1 403,65	+8,50	72,25	„	„	−11 931,03
7	48,30	2 332,89	−735,40	+16,00	256,00	„	„	−11 766,40
8	57,10	3 260,41	+192,12	+24,80	615,04	„	„	−4 764,58
9	64,60	4 173,16	+1 104,87	+32,30	1 043,29	„	„	+35 687,30
			−16 261,72	0,00	3 988,28	450,00	20,250	+257 643,22

Aplicînd relaţiile (4) obţinem:

$$y_s = \frac{-(9+1)\,257 \cdot 643{,}22}{-2\,(9+1) \cdot 3988{,}28} = 32{,}30 \text{ m}$$

$$x_s = \frac{-(-16 \cdot 261{,}72)}{2 \cdot 450} = 18{,}07 \text{ m}.$$

Diferenţele dintre porteea punct de staţie—reper fix şi porteea reper marcă — punct de staţie rezultă din tabelul 3.

Tabelul 3

Nr. mărcii	x_k	y_k	$x_k - x_s$	$y_k - y_s$	$(x_k - x_s)^2$	$(y_k - y_s)^2$	d_k^2	d_k	d	$d_k d$
0	0,00	0,00	−18,13	−32,30	328,70	1 043,29	1 371,99	37,04	26,87	+10,17
1	„	7,50	„	−24,80	„	615,04	943,74	30,72	„	+3,85
2	„	16,30	„	−16,00	„	256,00	584,70	24,18	„	−2,69
3	„	23,80	„	−8,50	„	72,25	400,25	24,006	„	−6,86
4	„	29,55	„	−2,75	„	5,26	333,96	18,27	„	−8,60
5	„	35,05	„	+2,75	„	5,26	333,96	18,27	„	−8,60
6	„	40,80	„	+8,50	„	72,25	400,25	20,01	„	−6,86
7	„	48,30	„	+16,00	„	256,00	584,70	24,18	„	−2,69
8	„	57,10	„	+24,80	„	615,04	943,74	30,72	„	+3,85
9	„	64,60	„	+32,30	„	1 043,29	1 371,99	37,04	„	+10,17

Din tabelul 3 rezultă că o singură staţie este insuficientă din două considerente: lungimea prea mare a porteelor (37,00 m) şi diferenţa prea mare între portee (+10,17 m şi −8,60 m).

b) Același calcul refăcut în ipoteza folosirii a două stații rezultă din tabelele 4 și 5.

Tabelul 4

Nr. reper marcă	b_k	b_k^2	A_k	B_k	B_k^2	C_k	C_k^2	$B_k.A_k$
0	0,00	0,00	−3 068,29	−32,30	1 043,29	45,00	2 025,00	99 105,77
1	7,50	56,25	−3 012,04	−24,80	615,04	„	„	74 698,59
2	16,30	265,69	−2 802,60	−16,00	256,00	„	„	44 841,60
3	23,80	566,44	−2 501,85	−8,50	72,25	„	„	21 265,73
4	29,55	873,20	−2 195,09	−2,75	7,56	„	„	6 036,50
5	35,05	1 228,50	−1 839,79	+2,75	7,56	„	„	− 5 059,42
	Σ		−15 419,66	−81,60	2 001,70	270,00	12 150,00	240 888,77

$$y_s = \frac{(-15\cdot419{,}66)(-81{,}69)-6\cdot240\cdot888{,}77}{2(81{,}60^2-6\cdot2001{,}70)} = 17{,}48 \text{ m}$$

$$x_s = \frac{2\times17{,}48(-81{,}60)-(-15\cdot419{,}66}{2\times2{,}70} = 23{,}28 \text{ m}.$$

Tabelul 5

Nr. mărcii	x_k	y_k	x_k-x_s	y_k-y_s	$(x_k-x_s)^2$	$(y_k-y_s)^2$	d_k^2	d_k	d	d_k-d
0	0,00	0,00	−23,28	−17,48	541,96	305,55	847,51	29,112	26,294	−2,818
1	„	7,50	−23,28	−9,98	„	99,60	641,56	25,329	„	−0,965
2	„	16,30	„	−1,18	„	1,39	543,35	23,310	„	−2,984
3	„	23,80	„	+6,31	„	39,94	581,90	24,122	„	−2,172
4	„	29,55	„	+12,07	„	145,68	687,64	26,223	„	−0,071
5	„	35,05	„	+17,57	„	308,70	850,66	29,166	„	−2,872

c) Rezultatele obținute în ipoteza folosirii a trei puncte de stații sînt exmplificate în tabelele 6 și 7.

Tabelul 6

Nr. reper marcă	b_k	b_k^2	A_k	B_k	B_k^2	C_k	C_k^2	$B_k\cdot A_k$
3	23,80	566,44	−2 501,85	−8,50	72,25	45,00	2 025,00	21 265,73
4	29,55	873,20	−2 195,09	−2,75	7,56	„	„	+6 036,50
5	35,05	1 228,50	−1 839,79	+2,75	7,56	„	„	−5 059,42
6	40,80	1 664,64	−1 403,65	+8,50	72,25	„	„	−11 931,03
		Σ	−7 940,38	0,00	159,62	180,00	8 100,00	10 311,78

$$y_s = \frac{-4\times10\cdot311{,}78}{-8\times159{,}62} = 32{,}30 \text{ m}$$

$$x_s = \frac{-(-7980{,}38)}{2\times180} = 22{,}06 \text{ m}$$

Tabelul 7

Nr. mărcii	x_k	y_k	x_k-x_s	y_k-y_s	$(x_k-x_s)^2$	$(y_k-y_s)^2$	d_k^2	d_k	d	d_k-d
3	0,00	23,80	−22,06	−8,50	486,64	72,25	558,89	23,641	22,940	0,701
4	0,00	29,55	„	−2,75	„	7,56	494,20	22,231	„	−0,709
5	0,00	35,05	„	2,75	„	7,56	494,20	22,231	„	−0,709
6	0,00	40,80	„	8,50	„	72,25	558,89	23,641	„	0,701

Pentru celelalte două staţii corespunzătoare punctelor 0, 1, 2, 3 respectiv 6, 7, 8, 9 diferenţa de portee variază între +1,08 m şi −1,12 m.

d) Rezultatele obţinute în ipoteza a cinci staţii sînt exemplificate în tabelele 8 şi 9.

Tabelul 8

Nr. reper marcă	b_k	b_k^2	A_k	B_k	B_k^2	C_k	C_k^2	A_kB_k
2	16,30	265,69	−2 802,60	−16,00	256,00	45,00	2 025,00	+44 841,60
3	23,80	566,44	−2 501,85	−8,50	72,25	„	„	+21 256,73
4	29,55	873,20	−2 195,09	−2,75	7,56	„	„	+6 036,50
	Σ		−7 499,54	−27,25	335,81	135	6 075	72 134,83

$$y_s=\frac{(-7\cdot499{,}54)(-27{,}25)-3\times72\cdot134{,}83}{2\,(27{,}25-27{,}25-3\times335{,}81)}=22{,}78\text{ m}$$

$$x_s=\frac{2\times22{,}78(-27{,}25)-(-7499{,}54)}{270}=23{,}18\text{ m}.$$

Tabelul 9

Nr. mărcii	x_k	y_k	x_k-x_s	y_k-y_s	$(x_k-xs)^2$	$(y_k-y_s)^2$	d_k^2	d_k	d	d_k-d
2	0,00	16,30	−23,18	−6,48	537,31	41,99	579,30	24,069	23,806	0,263
3	„	23,80	„	1,02	„	1,04	538,35	23,203	„	−0,603
4	„	29,55	„	6,77	„	45,83	583,14	24,148	„	0,342

Analizînd tabelele 3, 5, 7, şi 9 rezultă că diferenţa dintre lungimile porteelor scade brusc de la o staţie la două staţii şi este urmată de o scădere mai atenuată pentru numărul mai mare de puncte de staţii. Determinarea numărului optim de staţii constă in a priori între diferenţa de portee şi timpul necesar efectuării măsurătorilor. Această problemă a fost rezolvată grafic în fig. 6 şi constă în suprapunerea curbei de variaţie (d_k-d) max.$=f(n_s)$ notată cu (Δd) cu diagrama de variaţie a timpului $T=g(n_s)$. Numărul optim de puncte de staţii este numărul corespunzător punctului de minim al curbei rezultante (ρ). Pentru exemplul din fig. 6 rezultă că numărul optim este cuprins între 2 şi 3 staţii. Deoarece o soluţie fracţionară nu este posibilă, se va alege acel număr, căruia îi corespunde ordonata minimă pentru curba rezultantă (ρ).

În evaluarea timpului total pentru o nivelare a reperilor marcă s-a luat în considerare timpul necesar pentru punerea în stație (t_s) și timpul necesar pentru o citire pe mîră (t_v).

$$T = n_s t_s + n_v t_v \text{ - } [illegible]$$

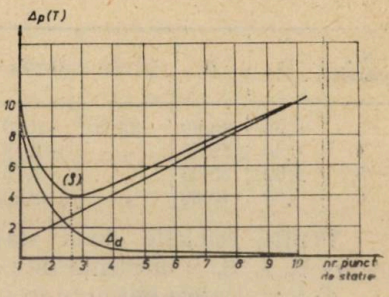


Fig. 6

În stabilirea numărului de vize n s-a presupus următoarea metodă de citire citirea reper fix – citirile reperi marcă – citirea reper fix. Ca mijloc de verificare, ultimul reper din fiecare grup de reperi marcă citire dintr-o stație a fost inclus ca primul reper al stației următoare.

Avînd în vedere că diferența de lungime de 3,00 m nu are o influență simțitoare asupra erorilor susamintite, măsurătorile au fost efectuate din două puncte de stații.

4. DETERMINAREA POZIȚIEI REPERULUI FIX IN IPOTEZA UNEI POZIȚII IMPUSE PUNCTULUI DE STAȚIE

Din practica urmăririi tasărilor s-a putut constata, că în foarte multe cazuri poziția punctului de stație este impusă din condiții de vizibilitate. Dacă obstacolele care împiedică vizibilitatea au caracter permanent sau provizoriu, dar pot fi prevăzute, punctul de stație se va determina în funcție de poziția acestora. Problema care se cere a fi rezolvată este determinarea poziției reperului fix, astfel ca diferența porteelor de nivelment să fie cît mai mică.

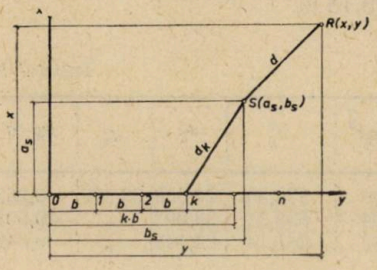


Fig. 7

4.1. Reperi pe un aliniament la distanța egală între ei (fig. 7)

$$d_k^2 = a_s^2 + (b_s - kb)^2$$

$$d^2 = (x - a_s)^2 + (y - b_s)^2$$

$$d^2 - d_k^2 = x(x - 2a_s) + y(y - 2b_s) - [illegible] - kb(kb - 2b_s).$$

Ridicînd la patrat și însumînd patratele diferențelor obținem:

$$F(x, y) = \sum_0^n (d^2 - d_k^2)^2 = (n+1)\, x^2 (x - 2a_s)^2 + (n+1)\, y^2 (y - 2b_s)^2 +$$

$$+ b^2 \sum_0^n k^2 (kb - 2b_s)^2 + 2(n+1)\, xy\, (x - 2a_s)(y - 2b_s) -$$

$$- 2xb\, (x - 2a_s) \sum_0^n k\, (kb - 2b_s) - 2yb\, (y - 2b_s) \sum_0^n k\, (kb - 2b_s).$$

Punînd condiția de minim $\frac{\partial F}{\partial x}=0$ și $\frac{\partial F}{\partial y}=0$ se obține relația

$$x^2+y^2-2a_s x-2b_s y-\frac{b\sum_0^n k\,(kb-2b_s)}{n+1}=0.$$

Relația reprezintă ecuația unui cerc cu centrul în punctul de stație și raza:

$$R^2=a_s^2+b_s^2+\frac{b\sum k\,(kb-2b_s)}{n+1}.$$

4.2. **Reperii marcă pe un aliniament la distanțe neegale** (fig. 8)

Urmărind același raționament ca la 4.1, obținem că poziția reperului fix trebuie să fie pe un cerc cu centrul în punctul de stație S și cu raza

$$R^2=a_s^2+b_s^2+\frac{\sum b_k\,(b_k-2b_s)}{n+1}$$

$n+1$ reprezentînd numărul total de reperi marcă nivelate dintr-o stație.

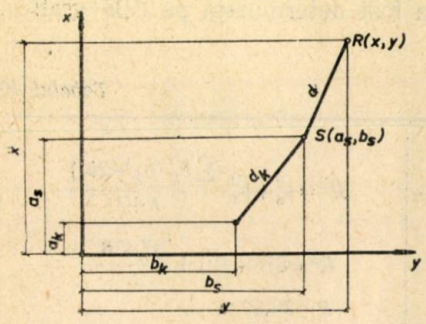


Fig. 8

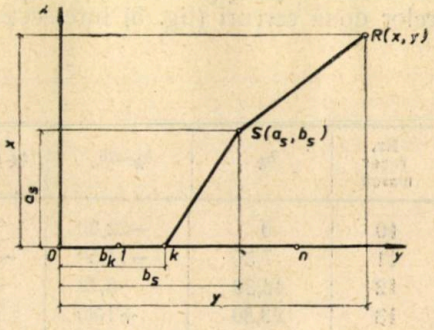


Fig. 9

4.3. **Reperi marcă într-o poziție oarecare** (fig. 9)

$$d^2=(x-a_s)^2+(y-b_s)^2$$

$$d_k^2=(a_s-a_k)^2+(b_s-b_k)^2$$

$$d_k^2-d^2=a_k\,(a_k-2a_s)+b_k\,(b_k-2b_s)-x\,(x-2a_s)-y\,(y-2b_s).$$

Notînd $\alpha_k=a_k\,(a_k-2a_s)+b_k\,(b_k-2b_s)$ obținem:

$$d_k^2-d^2=\alpha_k-x\,(x-2a_s)-y\,(y-2b_s).$$

Ridicînd la patrat și însumînd termenii obținem:

$$F(x, y) = \sum_0^n (d_k^2 - d^2) = \sum_0^n \alpha_k^2 + (n+1)\, x^2 (x-2a_s)^2 + (n+1)\, y^2 (y-2b_s)^2 -$$

$$-2x(x-2a_s) \sum \alpha_k - 2y(y-2b_s) \sum_0^n \alpha_k + 2(n+1)\, xy\,(x-2a_s)(y-2b_s).$$

Punînd condiția de minim $\frac{\partial F}{\partial x} = 0$, $\frac{\partial F}{\partial y} = 0$ rezultă că poziția reperului fix este pe un cerc cu centrul în punctul de stație și cu raza

$$R = a_s^2 + b_s^2 + \frac{\sum \alpha_k}{n+1}.$$

Pentru nivelmentul reperilor marcă 10 pînă la 19 (fig. 5) vizibilitatea a fost condiționată de rampa de descărcare, podul basculant și de uscător. Reperii 14 și 15 nu au putut fi amplasate în partea frontală a turnului elevator ci numai lateral. Aceste obstacole au impus pozițiile stațiilor s_1 ($a_s = 24{,}00$ m și $b_s = 11{,}00$ m) pentru nivelmentul reperilor marcă 10, 11, 12, 13, 14 și stația S_2 ($a_s = 20{,}00$ m și $b_s = 46{,}00$ m) pentru nivelmentul reperilor 15, 16, și 18. Pentru stabilirea poziției reperului fix au fost determinate cercurile C_1 și C_2 cu razele R_1 și R_2 (tabelul 10 și 11). Poziția reperului fix rezultînd la intersecția celor două cercuri (fig. 5) intersecție care a fost determinată pe cale grafică.

Tabelul 10

Nr. reper marcă	b_k	$b_k - 2b_s$	$b_k(b_k - 2b_s)$
10	0	−22,00	0
11	7,50	−14,50	−108,75
12	16,30	−5,70	−92,91
13	23,80	+1,80	42,84
14	28,00	+6,00	196,00
			37,18

$$R^2 = a_s^2 + b_s^2 \frac{\sum b_k(b_k - 2b_s)}{n+1}$$

$$R^2 = 576 + 121 + \frac{37{,}436}{5}$$

$R = 26{,}50$ m

$a_s = 24{,}00$ m, $b_s = 11{,}00$ m

Tabelul 11

Nr. reper marcă	b_k	$b_k - 2b_s$	$b_k(b_k - 2b_s)$
15	36,60	−55,40	−2 027,64
16	40,80	−52,10	−2 088,96
17	48,30	−43,70	−2 110,71
18	57,10	−34,90	−1 992,79
			−8 220,10

$a_s = 20{,}00$ m

$b_s - 46{,}00$ m

$R^2 = 400 + 2\,116\,(-2\,055{,}025)$

$R = 21{,}4$ m

5. CONCLUZII

1. Necesitatea proiectării lucrărilor de urmărire a tasărilor prin stabilirea poziţiilor reperilor marcă, a reperilor ficşi şi a punctelor de staţie.

2. Posibilitatea de mărire a preciziei prin alegerea corespunzătoare a poziţiilor reperilor ficşi şi a punctelor de staţie faţă de reperii marcă, prin crearea de niveleuri cu portee egale.

3. Numărul mic de staţii care rezultă în respectarea condiţiilor de mai sus permite permanentizarea lor sub forma unui pilastru de beton sau placă de beton ceea ce oferă următoarele avantaje:

a) Micşorarea timpului necesar măsurătorilor;

b) Eliminarea erorii de tasare a instrumentului;

c) Reducerea erorilor de gradaţie a mirelor;

d) Reducerea influenţei vibraţiilor mecanice prin montarea de dispozitive amortizoare în postament;

e) Uşurinţa depistării unor greşeli de măsurare.

BIBLIOGRAFIE

1. A. Costăchel, E. Ulea, M. Neamţu, Studii şi experimentări asupra posibilităţilor de executare a nivelmentului de precizie cu unele instrumente automate de nivelment geometric. Lucrare comunicată la cea de-a X sesiune ştiinţifică a cadrelor didactice din Inst. de Constr. Bucureşti (nov. 1964).

2. D. Guţescu, I. Rosenauer, Afion Mihăiescu, Măsurarea şi reprezentarea tasărilor la silozul de cereale Orţişoara. Bulet. ştiinţific şi tehnic I.P.T. Tom 9 (23) 1964.

ИЗМЕРЕНИЕ О САДОК СООРУЖЕНИЙ ПРИ БОЛЬЩИХ ПОЛЕЗНЫХ НАГРУЗОК, ПЕРЕМЕННЫХ В ТЕЧЕНИИ ВРЕМЕНИ

(РЕЗЮМЕ)

Так как расследование осадки сооружений требует большую точность, предлагаемая работа успешно доказывает потребность установления в проекте местоположения посстоянных реперов — марок и станций.

Зависимо от этого, ясно указывается соответствующий метод увеличения точности работ.

Метод позволяет уменьшение числа станций, которые следовательно могут стать постоянными, о выгодах чего, говорится в этой работе.

„DIE SETZUNGSVERMESSUNG DER BAUWERKE MIT GROSSER, ZEITLICH VERÄNDERLICHER NUTZLAST"

(ZUSAMMENFASSUNG)

Um den hohen Genauigkeitsanforderungen der Setzungsvermessungen nachzukommen, schlägt man in der vorliegenden Arbeit einige vermessungstechnische Massnahmen, aus der Wahl der Position der Festpunkte und Instrumentenstandpunkte bestehend, vor.

Von der Stabilitätssicherung der Festpunkte ausgehend, kommt man zu einer entsprechenden Position der Standpunkte.

Die kleine Anzahl der nötigen Standpunkte um die Entfernungsunterschiede zwischen denen und den Festpunkten, beziehungsweise den Setzungspunkten, verhältnismässig klein zu halten, erlauben es den Standpunkt als eine feste Grundplatte zu gestalten.

ASUPRA REPARTIȚIEI TENSIUNILOR IN IMBINĂRILE INCLEIATE

DE

D. MATEESCU, I. CARABA, ELENA SCHUCH

1. INTRODUCERE

Încleierea ca mijloc de îmbinare a elementelor metalice a început să se folosească din deceniul al 4-lea al secolului nostru, mai ales în construcții de avioane. În ultimul timp se fac însă cercetări pentru extinderea acestei metode de îmbinare, care prezintă multe avantaje pentru diverse domenii și diferite materiale. În cazul construcțiilor din tablă subțire, această metodă de îmbinare s-a răspîndit mult în ultimul timp, datorită economiilor de oțel ce rezultă din simplificările constructive ce se pot aduce, precum și datorită tehnologiei de execuție, relativ simplă.

2. SOLICITĂRI IN ÎMBINĂRILE ÎNCLEIATE

În vederea obținereii unor economii sporite de oțel în construcții, se caută ca pentru unele elemente de construcție să se folodescă profile din tablă subțire fasonată la rece. Paralel cu studiile teoretice și experimentale, privind comportarea acestor elemente, s-au întreprins studii și cercetări experimentale în cadrul catedrei de construcții metalice, privind diferitele metode de îmbinare ce pot fi folosite pentru îmbinarea acestor elemente.

Alături de alte metode de îmbinare prezentate [1], îmbinarea elementelor din tablă subțire prin încleiere, reprezintă o metodă modernă de îmbinare.

În îmbinările încleiate, întocmai ca în îmbinările nituite, bulonate sau sudate, pot apare diferite stări de eforturi, în funcție de solicitările pe care trebuie să le transmită elementele de îmbinat. De asemenea în funcție de modul de realizare a îmbinărilor încleiate, ele pot fi solicitate la: forfecare, tracțiune (compresiune), încovoiere precum și la efectele secundare ale acestora (desprindere, șoc etc), fig. 2.1.

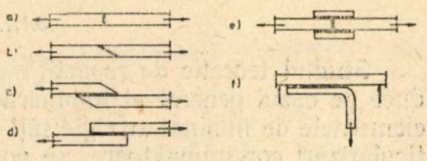


Fig. 2.1

Dintre solicitările arătate, cea mai frecvent întîlnită este cea de forfecare care poate fi pură sau forfecare din tracțiune, la care, de obicei apare și efectul de desprindere, ca o solicitare suplimentară. Din interpretarea rezultatelor experimentale, rezultă că solicitarea suplimentară de desprindere, este foarte defavorabilă, fapt ce reclamă îmbunătățirea metodelor de calcul și a rezolvărilor constructive.

3. REPARTIȚIA TENSIUNILOR ÎN ÎMBINĂRILE ÎNCLEIATE LA ELEMENTE SOLICITATE AXIAL

Pentru a putea dimensiona corect o îmbinare încleiată și pentru a putea determina rezistența acesteia, trebuie să se cunoască în primul rînd caracteristicile mecanice ale adezivului. În acest scop, la catedra de construcții metalice din Timișoara, au fost determinate caracteristicile mecanice ale unor adezivi fabricați în țară, precum și tehnologia de folosire a acestora. Modul de conducere a calculelor, este foarte important, deoarece rezultatele obținute prin ruperea probelor încleiate, luate în ansamlu, nu dau în general, valori reale, deoarece există o serie de factori care conduc la schimbarea rezultatelor cînd condițiile de solicitare a îmbinării diferă. Calculul ajută la clarificarea mecanismului de solicitare și dă posibilitatea folosirii rezultatelor încercărilor în mod corespunzător. Pentru a putea conduce calculele îmbinărilor încleiate în mod corect este necesar să cunoaștem repartiția tensiunilor în aceste îmbinări.

3.1. Repartiția tensiunilor fără luare în considerare a efectului de desprindere

Pentru studiul repartiției tensiunilor în îmbinările încleiate solicitate în domeniul elastic, se admit următoarele premize:

1. Grosimile elementelor de îmbinat t_1 și t_2 sînt constante.
2. Elementele de îmbinat se realizează din materiale ce respectă legea lui Hooke.
3. Grosimea stratului de adeziv δ, este constantă.
4. Pentru aceeași grosime δ, modulul de lunecare G_a, a adezivului, este constant.
5. În cazul îmbinărilor prin dublă suprapunere, grosimile elementelor exterioare sînt egale precum și cele două straturi de adeziv au aceeași grosime.
6. Tensiunile din elementele de îmbinat precum și tensiunile din stratul de adeziv sînt uniform repartizate pe lățime.
7. Tensiunile din stratul de adeziv sînt uniform repartizate pe grosime

3.1.1. *Cazul general*

Studiul teoretic de repartiție al tensiunilor în îmbinările încleiate se conduce pe cazul general al îmbinărilor prin simplă suprapunere (fig. 3.1.), unde elementele de îmbinat au rigidități diferite ($t_1E_1 \neq t_2E_2$). Din acest caz, prin particularizări corespunzătoare, se pot deduce toate celelalte cazuri [2]. Calculul se conduce pe o fîșie de lățime unitară.

Condiția ca îmbinarea să asigure transmiterea forței p de la un element la altul al îmbinării este:

$$p=\int_0^{l_s} 1\cdot\tau\cdot dx. \tag{3.1.}$$

Repartiția tensiunilor în lungul îmbinării nu este constantă din cauza încărcării și deformării diferite a elementelor de îmbinat, motiv pentru care lunecările relative ale celor două elemente diferă. Cu toate acestea, pe lungimea îmbinării (fig. 3.2.), se găsește un punct la distanța x_0, în raport cu una din margini unde lunecările relative sînt minime și pentru care rezultă $\varepsilon_1=\varepsilon_2$ adică:

$$\varepsilon_{10}=\varepsilon_{20}. \tag{3.2.}$$

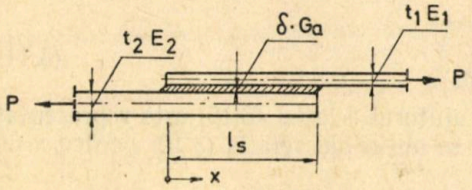


Fig. 3.1

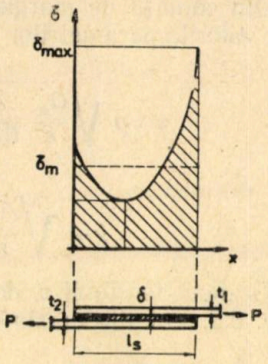


Fig. 3.2

În acest punct și tensiunea din stratul de adeziv prezintă un minim, notat cu τ_0. Dacă notăm deplasarea în dreptul punctului x_0 cu u_0 și lunecarea specifică cu γ_0, atunci deplasarea relativă a celor două elemente, într-un punct curent x, rezultă:

$$u=u_0+\int_{x_0}^{x}(\varepsilon_1-\varepsilon_2)\cdot dx. \tag{3.3}$$

În baza legii lui Hooke, se pot scrie relațiile:

$$u=\frac{\delta}{G_a}\tau \quad \text{și} \quad \varepsilon=\frac{1}{t\cdot E}\cdot p \tag{3.4 a, b}$$

care vor servi la deducerea legii de variație a lui τ pe lungimea îmbinării. Cu ajutorul relației (3.2) și ținînd seama că:

$$p_1+p_2=p \tag{3.5.}$$

se obțin expresiile forțelor din cele două elemente în dreptul punctului x_0:

$$p_{10}=\frac{t_1E_1}{t_1E_1+t_2E_2}p\,; \quad p_{20}=\frac{t_2E_2}{t_2E_2+t_1E_1}p. \tag{3.6 a, b}$$

Forțele din cele două elemente p_1 și p_2, într-un punct curent x, au expresiile:

$$p_1=\frac{t_1E_1}{t_1E_1+t_2E_2}p+\int_{x_0}^{x}1\cdot\tau dx\,; \qquad p_2=\frac{t_2E_2}{t_1E_1t_2E_2}p-\int_{x_0}^{x}1\cdot\tau dx. \tag{3.7 a, b}$$

Cu ajutorul relațiilor de mai sus (3.7) se pot exprima deformațiile specifice ε_1 și ε_2 ținînd seama și de legea lui Hooke. Dacă înlocuim în (3.3) expresiile lui ε_1 și ε_2 și ținînd seama de (3.4 a) obținem:

$$\tau=\tau_0+\frac{G_a}{\delta}\left(\frac{1}{t_1E_1}+\frac{1}{t_2E_2}\right)\iint_{x_0}^{x}1\cdot\tau dx^2. \tag{3.8}$$

După integrare se obține legea de variația a lui τ, în lungul îmbinării, de forma :

$$\tau=\tau_0 \operatorname{ch}\sqrt{\frac{G_a}{\delta}\left(\frac{1}{t_1E_1}+\frac{1}{t_2E_2}\right)}\,(x-x_0). \tag{3.9}$$

Așa cum rezultă din relația (3.9) tensiunea tangențială τ, are o variație de forma cosinusului hiperbolic.

Din condiții de margine (pentru $x=l_s$; $p_1=p$ și pentru $x=0$; $p_1=0$), se obțin valorile parametrilor τ_0 și x_0 [2] care, înlocuite în (3.9) duc la relația ;

$$\tau=p\sqrt{\frac{G_a}{\delta}\,\frac{1}{t_1E_1}\cdot\frac{t_2E_2}{t_1E_1+t_2E_2}}\cdot\frac{\operatorname{ch}k\cdot x+\frac{t_1E_1}{t_2E_2}\cdot\operatorname{ch}k\,(l_s-x)}{\operatorname{sh}k\cdot l_s} \tag{3.10}$$

unde

$$k=\sqrt{\frac{G_a}{\delta}\cdot\left(\frac{1}{t_1E_1}+\frac{1}{t_2E_2}\right)}. \tag{3.11}$$

Graficul tensiunii τ, determinat cu ajutorul relației (3.10) este reprezentat în fig. 3.2. Valorile maxime ale funcției se obțin din relația (3 10) pentru $x=0$ și $x=l_s$.

a) *Imbinare prin simplă suprapunere a elementelor de aceeași rigiditate* $(t_1E_1=t_2E_2=tE)$.

Relațiile care exprimă variația lui τ, se obțin din relațiile generale stabilite anterior și sînt mult mai simple, așa cum se vede :

$$\tau=\tau_0 \operatorname{ch}\sqrt{\frac{1}{2}\,\frac{G_a}{\delta}\,\frac{1}{tE}}\,(2x-l_s) \tag{3.9a}$$

respectiv

$$\tau=p\sqrt{\frac{1}{2}\,\frac{G_a}{\delta}\,\frac{1}{tE}}\cdot\frac{\operatorname{ch}\sqrt{\frac{1}{2}\,\frac{G_a}{\delta}\,\frac{1}{tE}}\,(2x-l_s)}{\operatorname{sh}\sqrt{\frac{1}{2}\,\frac{G_a}{\delta}\,\frac{1}{tE}}\cdot l_s}. \tag{3.10a}$$

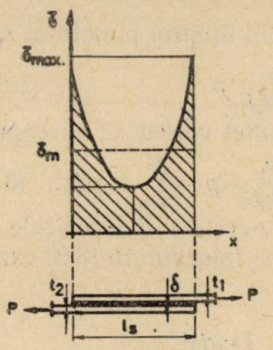


Fig. 3.3

Variația lui τ, pentru acest caz este arătată în fig. 3.3.

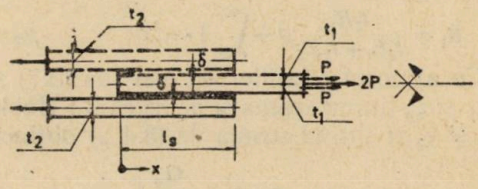


Fig. 3.4

b) *Îmbinarea prin dublă suprapunere.*

Cazul general prezentat, poate fi particularizat și pentru acest caz, dacă se ține seama că el rezultă din oglindirea îmbinării prin simplă suprapunere (fig. 3.4.)

La îmbinarea prin dublă suprapunere întîlnim două cazuri și anume:

– cazul cînd $t_1E_1 \leqslant t_2E_2$, unde se aplică relațiile (3.9) și (3. 10) pentru determinarea lui τ, ținînd seama de notațiile din fig. 3.4, unde t_1 reprezintă jumătate din grosimea elementului central și,

– cazul cînd $t_1E_1 = t_2E_2$, se obține din relațiile (3.9a) și (3.10a).

Variațiile lui τ în lungul îmbinării sînt cele arătate în fig. 3.2 respectiv 3.3.

Din diagramele lui τ obținute cu relațiile amintite, se observă că în îmbinare apar vîrfuri de tensiuni la margine, care condiționează capacitatea portantă a îmbinărilor.

Pe cale experimentală [3] s-a constatat că vîrfurile de tensiuni care apar în realitate, sînt mult mai mari decît cele determinate teoretic. Această neconcordanță se datorește în parte, neglijării în calcul, a efectului de desprindere ce are loc la marginea îmbinării.

3.2. Repartiția tensiunilor cu luare în considerare a efectului de desprindere

În calculele precedente, nu s-a ținut seama de faptul că efortul de transmis prin îmbinare, trece de la un element la altul cu o anumită excentricitate. Mărimea excentricității depinde de grosimea stratuluui de adeziv și de grosimea elementelor de îmbinat.

Cercetările teoretice și experimentale [4], arată că excentricitatea eforturilor de transmis prin îmbinare duce la efectul de desprindere la marginea îmbinării, fapt ce explică în bună măsură apariția vîrfurilor de tensiune.

3.2.1. *Cazul eforturilor de desprindere constante pe grosimea stratului de adeziv*

Așa cum rezultă din fig. 3.5*b*, ținînd seama de excentricitatea eforturilor de transmis prin îmbinare, se poate scrie ecuația de moment pentru o secțiune la mijlocul stratului de clei, astfel:

$$M_y = \frac{11}{12}(t+\delta)\int_{-l_s/2}^{x} \tau \cdot dx + \int_{-l_s/2}^{x}\int_{-l_s/2}^{x} \sigma_z\, dx \cdot dx = \frac{-Et^3}{12}\gamma'' \qquad (3.12)$$

În ecuația (3.12) σ_z reprezintă efortul unitar de desprindere ce apare în stratul de adeziv constant pe grosimea stratului, iar γ, unghiul de lunecare în planul median al stratului de adeziv (fig 3.5.*c*).

În cazul îmbinărilor încleiate prin suprapunere solicitate la efort axial, în îmbinare apare o stare de tensiune mai complexă, în același timp apar eforturi de lunecare (τ) și eforturi normale de desprindere (σ_z). Pentru determinarea mărimilor τ și σ_z va trebui să determinăm un sistem de două ecuații.

O primă ecuație, se obține din ecuația de moment (3.12), admițînd deformația elastică a stratului de clei în direcția eforturilor de desprindere, de forma :

$$z = \frac{\delta}{E_a}\sigma_z. \tag{3.13}$$

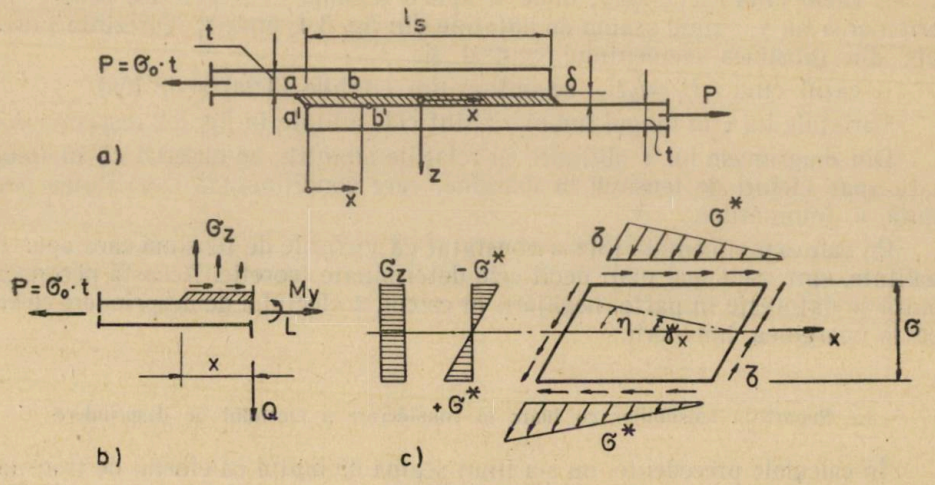


Fig. 3.5.

Pentru a obține o formă mai simplă a ecuației, se introduc valorile adimensionale :

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_z}{\sigma_0}; \quad \bar{\tau} = \frac{\tau}{\tau_m} \quad \text{și} \quad \bar{x} = \frac{x}{l_s} \tag{3.14a,b,c}$$

(τ_m – valoarea medie a tensiunii tangențiale din stratul de adeziv). Făcînd înlocuirile, se obține ecuația diferențială a eforturilor de desprindere, care este de forma :

$$\bar{\sigma}^{IV} + 12\frac{E_a l_s^4}{Et^3\delta}\bar{\sigma}' = -6(1+\psi_a)\frac{E_a l_s^2}{Et\,\delta}\bar{\tau}'. \tag{3.15}$$

Cea de a doua ecuație se poate determina ca în paragraful 3.1.1. Pentru aceasta se scrie expresia lunecării relative (conform fig. 3.5*a*)

$$u = u_0 - \int_{-l_s/2}^{x}\varepsilon_1 dx + \int_{-l_s/2}^{x}\varepsilon_2 dx \tag{3.16}$$

și ținînd seama de ecuația (3.4a) se obține :

$$\tau' = \frac{G_a}{\delta}(\varepsilon_2 - \varepsilon_1). \tag{3.17}$$

Pe de altă parte, se pot exprima alungirile specifice ale ecliselor, ținînd seama de influiența excentricității, astfel:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_0}{E} - \frac{1}{Et}\int_{-l_{s/2}}^{x} \tau dx - \frac{6}{Et^2}\left[\frac{t}{2}(1+\psi_a)\cdot\int_{-l_{s/2}}^{x}\tau\cdot dx + \int_{-l_{s/2}}^{x}\int_{-l_{s/2}}^{x}\sigma_z' dx\, dx\right];$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E\cdot t}\int_{-l_{s/2}}^{x}\tau\cdot dx. \qquad (3.18\,a, b)$$

Introducînd expresiile alungirilor specifice în relația (3.17) și efectuînd derivatele aferente iar apoi ținînd seama de mărimile adimensionale (3.14a,b,c), se obține ecuația diferențială a eforturilor de forfecare în stratul de adeziv.

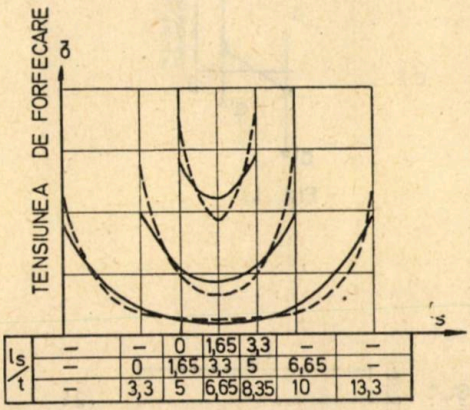
$$\bar{\tau}''' - (5+3\psi_a)\frac{G_a l_s^2}{Et\delta}\bar{\tau}' = 6\frac{G_a l_s^4}{Et^3\delta}\bar{\sigma}. \qquad (3.19)$$

În ecuațiile (3.18) și (3.19) s-a notat:

$\psi_a = \frac{\delta}{t}$.

După rezolvarea sistemului de ecuații diferențiale (3.15) și (3.19) rezultă valorile lui $\bar{\sigma}$ și $\bar{\tau}$ cu ajutorul cărora se determină legea de variație a lui σ_z și τ.

Valorile vîrfurilor de tensiune rezultate din calculul condus sub această formă, sînt apropiate de valorile măsurate experimental. Din fig. 3.6 se poate vedea mărimea vîrfurilor de tensiune în cazul cînd nu se ține seama de aceasta(----). Se constată însă că totuși vîrfurile de tensiuni sînt mai mici decît cele măsurate.



l_s / t							
–	–	0	1,65	3,3	–	–
–	0	1,65	3,3	5	6,65	–
–	3,3	5	6,65	8,35	10	13,3

Fig. 3.6

3.2.2. *Cazul eforturilor de desprindere variabile pe grosimea stratului de adeziv*

Premisele admise în paragrafele precedente se mențin și în paragraful de față, cu excepția ultimei, care se schimbă și admite că tensiunile în stratul de adeziv, variază pe grosimea acestuia.

Cu ajutorul relațiilor stabilite în paragraful 3.2.1 se pot calcula valorile eforturilor τ și σ_z din îmbinare, cu precizie satisfăcătoare pentru valorile medii, însă nu se obțin informații suficient de exacte asupra valorilor reale a eforturilor În aceste condiții însă, nu este satisfăcută nici relația elementară de echilibru:

$$\frac{\partial\tau}{\partial x} = \frac{\partial\sigma_z}{\partial z}. \qquad (3.20)$$

Dacă se reprezintă prin σ_z efortul unitar de desprindere la mijlocul stratului de clei și prin $\sigma_z \pm \sigma^*$ (fig. 3.5*c*) același efort, la marginea superioară respec-

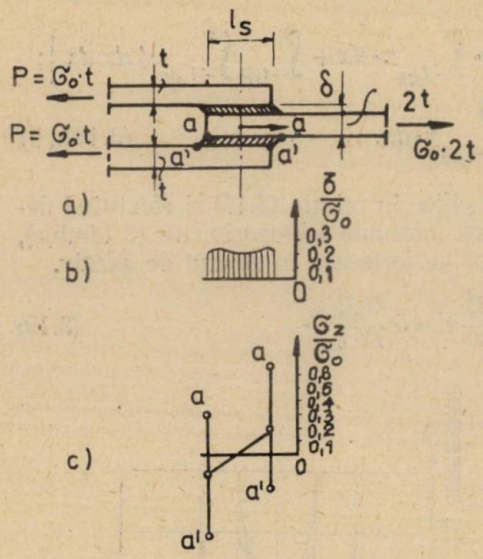


Fig. 3.7

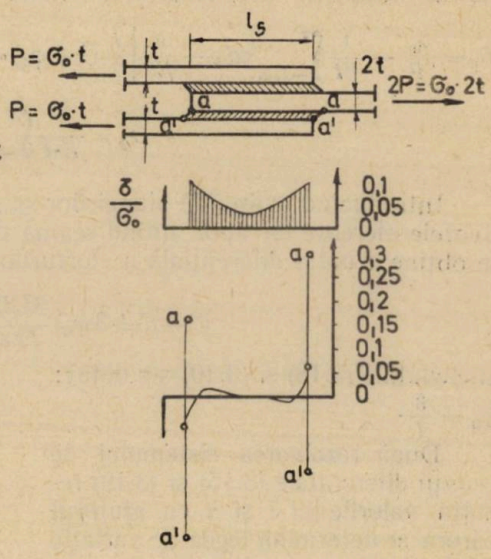


Fig. 3.8

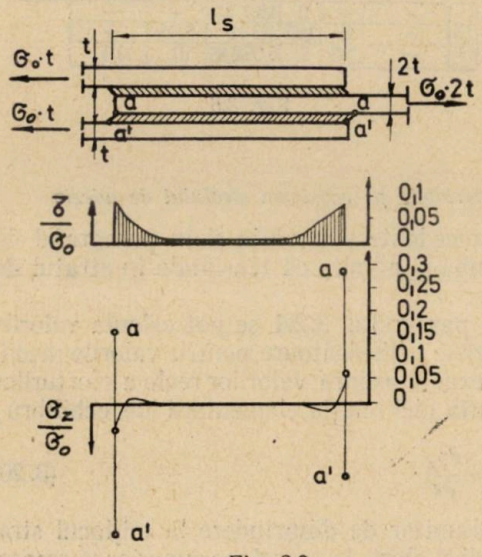


Fig. 3.9

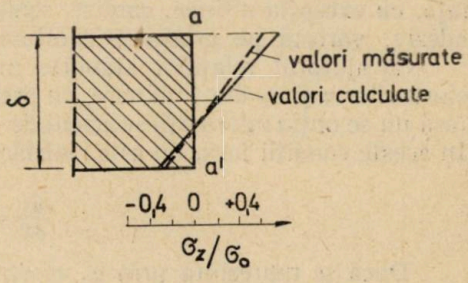


Fig. 3.10

tiv inferioară a stratului de clei, atunci în locul ecuației (3.20) se poate scrie:

$$\sigma^* = \frac{\delta}{2}\tau'. \tag{3.21}$$

Datorită faptului că efortul de forfecare (τ) trebuie să dispară la extremitățile îmbinării, unde deplasarea relativă atinge valoarea maximă, nu se mai poate neglija deformația stratului de clei din cauza efortului normal σ^*. Din fig. 3.5*c* se vede că alungirile datorită lui σ^* se produc în jumătatea inferioară a îmbinării dînd o deformație a cărei mărime se poate determina din relația:

$$\eta = \int_0^{\delta/2} \varepsilon_z \cdot dz = \frac{\sigma^*}{E_a} \cdot \frac{2}{\delta} \int_0^{\delta/2} z \cdot dz = \frac{\delta}{4E_a}\sigma^*. \tag{3.22}$$

Cu ajutorul valorii η putem determina unghiurile de de lunecare și făcînd legătura cu ecuația (3.21), după introducerea valorilor fără dimensiuni, se ajunge la ecuația diferențială a tensiunilor de forfecare din stratul de adeziv:

$$\bar{\tau}^{V} - 8\frac{E_a l_s^2}{G_a \delta^2}\tau''' + 40\,(1 + 0{,}6\,\psi_a)\frac{E_a l_s^4}{Et\,\delta^3}\bar{\tau}' = -48\frac{E_a l_s^6}{Et^3\delta^3}\bar{\sigma} \tag{3.23}$$

relație analoagă cu ecuația diferențială (3.19).

Pentru determinarea tensiunilor σ^* și τ se folosește sistemul de ecuații (3.15) și (3.23).

După rezolvarea sistemului de ecuații diferențiale se obține, în final:

$$\bar{\sigma}^* = \pm\frac{1}{2}\frac{t\cdot\delta}{l_s^2}(D_2 \cdot \omega_1 \operatorname{sh}\omega_1\bar{x} + D_3\omega_2 \operatorname{sh}\omega_2\bar{x} + K_1 \operatorname{sh}\lambda_1\bar{x} + K_2 \operatorname{sh}\lambda_2\bar{x} +$$

$$+ K_3 \operatorname{sh}\lambda_3\bar{x}\cos\lambda_3\bar{x} + K_4 \operatorname{ch}\lambda_3\bar{x}\sin\lambda_3\bar{x})\ldots \tag{3.24}$$

unde:

$$\bar{\sigma}^* = \frac{\sigma^*}{\sigma_c};\quad \lambda_1 = \sqrt{\frac{4+3\psi_a^2}{2}\cdot\frac{E_a l_s^2}{Et\,\delta}};\quad \omega_1 = \lambda_2 = \sqrt{8\frac{E_a l_s^2}{G_a\delta^2}};$$

$$\lambda_3 = \sqrt[4]{3\psi_a^2\frac{E_a l_s^4}{Et\,\delta^3}};\quad \omega_2 = \sqrt{(5+3\psi_a)\frac{G_a l_s^2}{E\cdot t\cdot\delta}}: \tag{3.25a,b,c,d,e,f}$$

iar D_2, D_3, K_1, K_2, K_3, K_4 sînt constante de integrare care se determină din condiții de margine [4]. Din relațiile (3.24) respectiv (3.21) se poate vedea că repartiția tensiunilor într-o îmbinare încleiată, prin simplă și dublă suprapunere, depinde de mai mulți factori, puși în evidență prin relațiile (3.25).

În fig.3.7 – 3.9 se arată, repartiția tensiunilor în lungul unei îmbinări prin dublă suprapunere, în funcție de lungimea relativă de suprapunere (l_s/l), iar restul factorilor t/δ, δ, E_a și G_a sînt mențiuni constanți.

Din comparația rezultatelor calculului repartiției tensiunilor, ținînd seama de efectul desprinderilor cît și de faptul că eforturile de desprindere variază pe grosimea peliculei de adeziv, cu rezultatele măsurătorilor, (fig. 3.10) reiese că acest calcul, este confirmat foarte bine de cercetările exeprimentale.

Primită la redacție la 21. V. 1969.

BIBLIOGRAFIE

1. D. Roşu, Incleierea pentru îmbinarea profilelor cu pereţi subţiri. Referat documentar privind îmbinarea profilelor metalice cu pereţi subţiri prin încleiere. C.S.C.A.S.-INCERC Timişoara.
2. Fr. Iaeger, Spannungs- und Dehnungsverhalten von Metallklebungen. Disertaţie.
3. G. Stier, Spannungsoptische Erimttlung von Spannungsverteilungen an elastischen Zwischenschichten als Grundlage der festigkeitsmässigen Berechnung von statisch zugbelasteten Metallverbindungen. Disertaţie 1962 Berlin.
4. O. Volkersen, Rechers sur la theorie des assamblages colles. Construction Métallique 4/1965.
5. F. Mitrop, Metallklebverbindungen und ihr Festigkeitsverhalten bei verschiedenen Beanspruchungen. Schweissen und Schneiden nr. 9/1962.
6. F. Szepe, P. Plathy, Berechnung der Tragfähigkeit von Klebverbindungen. Congresul al 7-lea din 1964 de la Rio de Janeiro.
7. G. Müller, Der Verformungs- und Bruchvorgang an Metallklebeverbindungen. Disertaţie Techn. Universität Berlin 1959.

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ НАПРЯЖЕНИЙ В СКЛЕЕНЫХ СОЕДИНЕНИЯХ

(РЕЗЮМЕ)

При проектировании склееных соединений, с осевым усилием, вопрос распределения напряжений, вдоль соединения, имеет существенное значение, если учесть, что от этого зависит конструктивное решение соединения.

В настоящей работе, выделяется способ распределения напряжений в склееных соединениях, с осевым усилием, имея в виду и явление «отрывания», которое имеет место.

ÜBER DIE SPANNUNGSVERTEILUNG BEI KLEBEVERBINDUNGEN

(ZUSAMMENFASSUNG)

Beim entwerfen von axial beanspruchten Klebeverbindungen ist die Spannungsverteilung entlang der Verbindung ein sehr wichtiges Problem, wenn wir in betracht ziehen dies die Konstruktive Gestaltung der Verbindung bedingt.

In der vorliegenden Arbeit, wird die Spannungsverteilung von axial beanspruchten Klebeverbindungen mit Berücksichtigung der entstehenden „Abscheelwirkung" hervorgehoben.

Die teoretischen Ergebnisse sind graphisch dargestellt um sie mit den Versuchsergnissen zu vergleichen.

UNELE PROBLEME PRIVIND STABILITATEA LA INCOVOIERE-RĂSUCIRE A PROFILELOR Z DIN TABLA SUBȚIRE, FORMATE LA RECE

DE

D. MATEESCU, I. FLEȘERIU, M. IVAN, C. STOIAN

1. GENERALITĂȚI

Datorită eficienței lor tehnico-economice ridicate, profilele metalice din tablă subțire presată la rece se impun astăzi într-o măsură tot mai mare în tehnica executării construcțiilor metalice. Utilizarea lor este avantajoasă îndeosebi la execuția elementelor de construcții ușoare, cum sînt fermele metalice cu zăbrele și panele de acoperiș. La realizarea fermelor cu zăbrele sînt indicate mai ales profilele Ω și U, iar la confecționarea panelor sînt recomandabile în special profilele *Z* cu tălpi egale, cu sau fără reborduri. Forma secțiunii transversale a acestora din urmă asigură posibilitatea unei bune fixări a panei pe fermă și face ca — atunci cînd învelitoarea este fixată corect pe pană, astfel încît încărcarea să treacă prin centrul de greutate al secțiunii transversale- pana să fie solicitată numai la încovoiere, datorită faptului că centrul de răsucire se suprapune peste centrul de greutate al secțiunii transversale. Mai mult decît atît, în cazul cînd se alege un raport corespunzător între lățimea tălpii și înălțimea inimii, axele principale de inerție ale profilului *Z* pot fi aduse în poziția verticală, respectiv orizontală, ceea ce face ca direcția încărcării să se suprapună peste una din axele principale centrale de inerție și în consecință pana să fie solicitată numai la încovoiere dreaptă.

În cele ce urmează se fac unele considerații privind rezistența și stabilitatea unor astfel de profile, simplu rezemate, solicitate la încovoiere.

În mod evident condiția ca una din axele principale centrale de inerție ale profilului să fie verticală poate fi realizată în cazul cînd această axă face cu inima profilului un unghi (α) egal cu unghiul de înclinare al învelitorii acoperișului (fig. 1) adică, dacă este satisfăcută relația:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2I_{xy}}{I_x - I_y}. \qquad (1)$$

Dacă se înlocuiește suprafața secțiunii transversale a profilului *Z* cu suprafața a trei dreptunghiuri înguste (fig. 2) și dacă se exprimă momentele de inerție

(I_x, I_y şi I_{xy}) în funcţie de raportul (β) dintre lăţimea tălpii (b) şi înălţimea inimii (h):

$$\beta = \frac{b}{h} \tag{2}$$

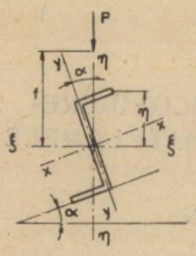


Fig. 1

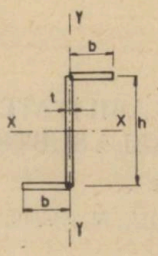


Fig. 2

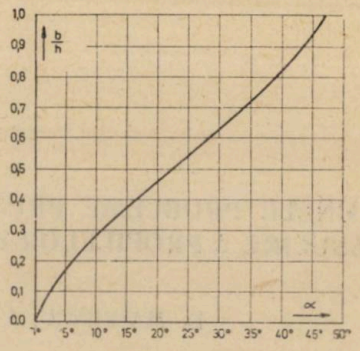


Fig. 3

în conformitate cu relaţiile aproximative:

$$I_x = \frac{1}{12}(th^3 + 2bt^3 + 6bth^2) \cong \frac{th^3}{12}(1 + 6\beta) \tag{3 a}$$

$$I_y = \frac{1}{12}(ht^3 + 8tb^3) \cong \frac{th^3}{12} \cdot 8\beta^3 \tag{3 b}$$

$$I_{xy} = \frac{1}{2} b^2 ht \cong \frac{th^3}{12} \cdot 6\beta^2 \tag{3 c}$$

în care s-a neglijat raportul $(t/h)^2$; după înlocuirea relaţiilor (3 a, b, c) în expresia (1) se obţine ecuaţia:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{12\beta^2}{1 + 6\beta - 8\beta^3} \tag{4}$$

care pentru o valoare dată a unghiului α, permite determinarea raportului $\beta = b/h$, ce satisface condiţia impusă, ca pana să fie solicitată numai la încovoiere dreaptă. Variaţia raportului β în funcţie de unghiul α este arătată în figura 3.

2. VERIFICAREA REZISTENŢEI BAREI

În condiţiile arătate mai sus, pana fiind solicitată numai la încovoierea dreaptă, verificarea rezistenţei acesteia se face fără nici o dificultate, cu formula lui Navier:

$$\sigma = \frac{M_{max}\,\eta}{I_\xi} \leqslant \sigma_a \tag{5}$$

unde:

M_{max} este momentul maxim încovoietor care solicită bara,

η – distanța de la axa neutră pînă la fibra extremă comprimată (fig. 1)

I_ξ – momentul de inerție al suprafeței secțiunii transversale a barei, calculat în raport cu axa principală de inerție orizontală.

3. VERIFICAREA STABILITAȚII GENERALE A BAREI

Este cunoscut faptul că o grindă încărcată cu forțe transversale ce acționează în planul de rigiditate maximă la încovoiere a grinzii, își poate piede stabilitatea generală, prin încovoiere-răsucire, flambînd lateral, la cea mai mică depășire a încărcării critice. Ca încărcare critică de flambaj lateral se consideră acea încărcare pentru care starea de echilibru a grinzii devine indiferentă. În starea de echilibru indiferent, (starea critică) în afară de forma de echilibru nedeformată a grinzii, mai sînt posibile și alte forme de echilibru care diferă de aceasta prin mici deformații de încovoiere în planul normal pe planul de încărcare, precum și prin mici deformații de răsucire (fig. 4). Dacă se notează cu u_s, u_j, și u deplasările orizontale ale punctelor de intersecție ale axei $\eta - \eta$ cu planele mediane ale tălpilor, respectiv a inimii și cu φ unghiul de răsucire, se pot scrie relațiile evidente :

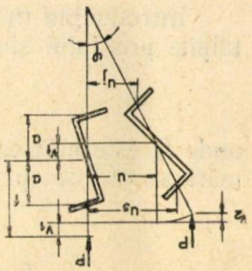


Fig. 4

$$u_s = u + a\varphi\,; \qquad u_j = u - a\varphi \tag{6 a, b}$$

$$u_s'' = u'' + a\varphi''; \qquad u_j'' = u'' - a\varphi'' \tag{7a, b}$$

unde a este distanța de la punctele arătate mai sus, la axa neutră a secțiunii transversale. Odată cu deplasările elastice orizontale (u_s, u_j și u) în starea critică apar și deplasările verticale corespunzătoare (v_s, v_j și v_1) care au însă un caracter pur geometric (nu sînt deplasări elastice) și deci nu sînt însoțite de apariția unor eforturi suplimentare de încovoiere în planul vertical, deoarece în momentul pierderii stabilității mărimea forței P nu variază.

Deformațiile de încovoiere în plan orizontal sînt însoțite însă de apariția unor momente de încovoiere a tălpilor (M_s, M_j) și a inimii (M_i) iar deformațiile de răsucire duc la apariția unor momente de răsucire (M_t) a întregii secțiuni transversale. Notînd cu I_s și I_j momentele de inerție ale tălpilor, cu I_i momentul de inerție al inimii și cu I_t momentul de inerție la răsucire se pot scrie următoarele ecuații diferențiale pentru încovoire și răsucire :

$$M_s = -EI_s u_s'' = -EI_s (u'' + a\varphi'') \tag{8a}$$

$$M_i = -EI_i u'' \tag{8b}$$

$$M_j = -EI_j u_j'' = -EI_j (u'' - a\varphi'') \tag{8c}$$

$$M_t = +GJ_t \varphi'. \tag{9}$$

3.1. Bara încărcată cu o sarcină concentrată, aplicată la jumătatea deschiderii

Utlizînd metoda energetică pentru determinarea sarcinii critice, această sarcină se poate calcula din relaţia cunoscută:

$$L_d - L_e = 0 \tag{10}$$

unde L_d este lucrul mecanic de deformare, iar L_e lucrul mecanic al forţelor exterioare care parcurg cu întreaga lor intensitate deplasările corespunzătoare.

Lucrul mecanic de deformare se calculează cu relaţia:

$$L_d = \frac{1}{2}\left(\int_0^l \frac{M_s^2 dz}{EI_s} = \int_0^l \frac{M_i^2 dz}{EI_i} + \int_0^l \frac{M_j dz}{EI_j} + \int_0^l \frac{M_t^2 dz}{GI_t}\right) \tag{11}$$

Introducînd în (11) valorile (8a), 8b), (8c) şi (9), ţinînd seama de faptul că tălpile profilului sînt egale (deci $I_s = I_j$) şi avînd în vedere că:

$$E(I_s + I_i + I_j) = EI_\eta \tag{12}$$

unde I_η este momentul de inerţie principal, central, minim, după unele transformări se obţine (pentru încărcări simetrice):

$$L_d = EI_\eta \int_0^{\frac{l}{2}} u''^2 dz + 2EI_s a^2 \int_0^{\frac{l}{2}} \varphi''^2 dz + GI_t \int_0^{\frac{l}{2}} \varphi'^2 dz. \tag{13}$$

Lucrul mecanic al forţelor exterioare este dat de expresia:

$$L_e = P \cdot v. \tag{14}$$

Mărimea deplasării verticale (v) depinde de poziţia punctului de aplicaţie al forţei P. În general această deplasare poate fi pusă sub forma:

$$v = v_1 + v_2 \tag{15}$$

unde v_1 este componenta verticală a deplasării centrului de greutate al secţiunii transversale şi pentru o secţiune situată la distanţa z de reazem poate fi calculat cu relaţia cunoscută [2]:

$$v_1 = -\int_0^z zu'' \varphi \, dz \tag{16}$$

iar v_2 este componenta verticală a deplasării punctului de aplicaţie al forţei P provenită din rotirea secţiunii transversale şi poate fi calculat [2] cu relaţia:

$$v_2 = \frac{(f\varphi)^2}{2f - v_2} \cong \frac{f\varphi^2}{2} \tag{17}$$

în care f este distanţa de la punctul de aplicaţie al forţei P, la centrul de greutate al secţiunii transversale. Cu aceste valori — considerînd că forţa P este

aplicată la mijlocul deschiderii – expresia (14) devine:

$$L_e = \frac{Pf\varphi_c^2}{2} - P\int_0^{\frac{l}{2}} \varphi z u'' \cdot dz \tag{18}$$

unde φ_c este unghiul de răsucire al secțiunii în care este aplicată forța P. Pentru a elimina pe u'' din relațiile (13) și (18) se exprimă momentul M_η în funcție de momentul M_ξ și de unghiul de răsucire φ; în mod evident:

$$M_\eta \cong M_\xi \sin\varphi \cong M_\xi \varphi \cong \frac{1}{2} Pz\varphi \tag{19}$$

și se observă totodată că momentul M_η este echilibrat de momentele încovoietoare M_s, M_l și M_j ce apar în tălpile și inima profilului Z, după deformarea acestuia; ținîmd seama de relațiile (8a), (8b), (8c) și (12) rezultă:

$$M_\eta = M_s + M_l + M_j = -EI_\eta u'' \tag{20}$$

iar din egalitatea valorilor (19) și (20) se obține:

$$u'' = -\frac{Pz\varphi}{2EI_\eta}. \tag{21}$$

Considerînd forța P aplicată în centrul de greutate al secțiunii transversale ($f=0$), după înlocuirea în (10) a expresiilor (13), (18) și (21) se găsește:

$$EI_\eta \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{P^2z^2}{4E^2I_\eta^2} dz + 2EI_s a^2 \int_0^{\frac{l}{2}} \varphi''^2 dz + GI_t \int_0^{\frac{l}{2}} \varphi'^2 dz = \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{P^2z^2\varphi^2}{2EI_\eta} dz \tag{22}$$

sau:

$$\frac{P^2}{4EI_\eta} \int_0^{\frac{l}{2}} z^2\varphi^2 dz - 2EI_s a^2 \int_0^{\frac{l}{2}} \varphi''^2 dz - GI_t \int_0^{\frac{l}{2}} \varphi'^2 dz = 0. \tag{23}$$

În scopul determinării valorii critice a încărcării este necesar să se aleagă pentru unghiul de răsucire φ din relația (23), o expresie corespunzătoare care să satisfacă condițiile de capăt. Pentru condițiile de rezemare ale grinzii considerate, pentru unghiul φ poate fi acceptată o expresie de forma:

$$\varphi = C_1 \sin\frac{\pi z}{l} + C_3 \sin\frac{3\pi z}{l} + \ldots \tag{24}$$

În seria (24) coeficienții C_1, C_3, ... trebuie să fie astfel aleși încît din relația (23) să rezulte pentru P o valoare minimă. În cazul problemei tratate este suficient să se ia în considerare doar primul termen al seriei (24) rezultatele finale obținute în acest fel fiind suficient de exacte. Se poate scrie deci:

$$\varphi = C\sin\frac{\pi z}{l}; \quad \varphi' = \frac{C\pi}{l}\cos\frac{\pi z}{l}; \quad \varphi'' = -\frac{C\pi^2}{l^2}\sin\frac{\pi z}{l}. \tag{25a, b, c}$$

Cu aceste valori, relaţia (23) devine:

$$\frac{P_f^2 C^2}{4EI_\eta}\int_0^{\frac{l}{2}} z^2 \sin^2\frac{\pi z}{l}\,dz - 2EI_s a^2\frac{C^2\pi^4}{l^4}\int_0^{\frac{l}{2}} \sin^2\frac{\pi z}{l}\,dz - GI_t\frac{C^2\pi^2}{l^2}\int_0^{\frac{l}{2}} \cos^2\frac{\pi z}{l}\,dz = 0 \qquad (26)$$

sau cu valorile:

$$\int_0^{\frac{l}{2}} z^2 \sin^2\frac{\pi z}{l}\,dz = \frac{1}{6}\left(\frac{l}{2}\right)^3 + \frac{l}{\pi^2}\left(\frac{l}{2}\right)^3 = 0{,}268\left(\frac{l}{2}\right)^3$$

$$\int_0^{\frac{l}{2}} \sin^2\frac{\pi z}{l}\,dz = \frac{l}{4} \quad \text{şi} \quad \int_0^{\frac{l}{2}} \cos^2\frac{\pi z}{l}\,dz = \frac{l}{4}$$

se obţine:

$$\frac{0{,}268\,P_f^2 l^2}{8EI_\eta} - \frac{2EI_s a^2\pi^4}{l^4} - \frac{GI_t\pi^2}{l^2} = 0 \qquad (27)$$

de unde:

$$P_f = \frac{1}{l^3}\sqrt{EI_\eta\,(2910\times 2EI_s a^2 + 295\,l^2\,GI_t)}. \qquad (28)$$

Relaţia (28) astfel obţinută este identică cu expresia încărcării critice, obţinută cu metoda energetică în cazul grinzilor dublu simetrice [2] fapt care dovedeşte că profilul studiat se comportă ca un profil dublu simetric. Această observaţie permite ca în locul relaţiei aproximative (28) să se utilizeze relaţia exactă [3] care dă valoarea încărcării critice pentru grinzile simplu rezemate cu secţiunea dublu simetrică:

$$P_f = \frac{1}{l^3}\sqrt{EI_\eta\,(2910\,EI_\omega + 295\,l^2\,GI_t)} \qquad (29)$$

unde I_ω este momentul de inerţie sectorial al profilului.

Relaţiile (28) şi (29) nu diferă între ele decît prin termenii $2EI_s a^2$ respectiv I_ω, între care există de altfel relaţia aproximativă:

$$2EI_s a^2 \cong EI_\omega. \qquad (30)$$

În funcţie de încărcarea critică P_f se poate determina cu uşurinţă valoarea rezistenţei critice, respectiv a parametrului critic, de pierdere a stabilităţii barei.

Exprimînd rezistenţa critică a barei

$$\sigma_f = \frac{P_f l}{4}\cdot\frac{\eta}{I_\xi} \qquad (31)$$

și ținînd seama de relația cunoscută:

$$\sigma_f = k\sigma_E = k\frac{\pi^2 E}{10{,}92}\left(\frac{t}{b}\right)^2 \tag{32}$$

unde: k — este parametrul critic de pierdere a stabilității, iar:
σ_E — rezistența critică după Euler, pentru o fîșie de placă (talpă) de lățime unitară și lungime de flambaj egală cu lățimea b a tălpii profilului;
din egalitatea relațiilor (31) și (32) și ținînd seama de (29) rezultă:

$$k = \frac{10{,}92}{\pi^2}\left(\frac{b}{t}\right)^2 \cdot \frac{\eta}{4l^2}\sqrt{\frac{I_\eta}{I_\xi}\left(2910\frac{I_\omega}{I_\xi} + 295\,l^2 \cdot \frac{G}{E}\cdot\frac{I_t}{I_\xi}\right.} \tag{33}$$

În relația (33) toate caracteristicile geometrice pot fi exprimate de funcție de raportul (2). Astfel, ținînd seama de relațiile (3a), (3b) și (3c) se poate scrie:

$$I_{\xi,\,\eta} = \frac{1}{2}\left[I_x + I_y \pm \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}\right] = \frac{th^3}{24}(A \pm B) \tag{34 a, b}$$

$$I_\omega = \frac{th^2b^3}{12}\cdot\frac{2h+b}{h+2b} = \frac{th^5}{12}\cdot\frac{C}{D} \tag{34 c}$$

$$I_t = \frac{t^3}{b}(h+2b) = \frac{t^3h}{3}\cdot D \tag{34 d}$$

unde s-au făcut notațiile:

$$A = 1+6\beta+8\beta^3; \quad (35\text{ a}) \qquad C = \beta^3(2+\beta) \quad 35\text{ d})$$

$$B = 1+6\beta-8\beta^3; \quad (35\text{ b}) \qquad D = 1+2\beta. \quad (35\text{ e})$$

$$B_1 = \sqrt{B^2+144\beta^4}; \quad (35\text{ c})$$

În mod similar poate fi exprimată și distanța η de la axa neutră la fibra extremă comprimată. Din fig. 1 rezultă:

$$\eta \cong h\left(\frac{1}{2}\cos\alpha + \beta\sin\alpha\right) \tag{36}$$

unde:

$$\cos\alpha = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{\sqrt{1+\mathrm{tg}^2 2\alpha}}\right)}; \qquad \sin\alpha = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{\sqrt{1+\mathrm{tg}^2 2\alpha}}\right)}. \tag{37 a, b}$$

Ținînd seama de relația (4) și cu notațiile (35 b) și (35 c) după unele transformări se obține:

$$\cos\alpha = \sqrt{\frac{B_1+B}{2B_1}}; \qquad \sin\alpha = \sqrt{\frac{B_1-B}{2B_1}}. \tag{38 a, b}$$

Ridicînd expresia (36) la patrat și introducînd valorile (38 a) și (38 b) se găsește:

$$\eta^2 = \frac{1}{2}h^2F \tag{39}$$

unde prin F se înţelege notaţia:

$$F=\frac{1}{B_1}\left[\left(\frac{1}{4}-\beta^2\right)B+12\beta^3\right]+\left(\frac{1}{4}+\beta^2\right). \tag{40}$$

Introducînd în (33) valorile (34 a), (34 b), (34 c), (34 d) şi (39) împreună cu valorile numerice ale modulilor de elasticitate longitudinal şi transversal, după unele transformări se obţine:

$$K=\frac{10{,}92}{\pi^2}\sqrt{\beta^4 F\frac{A-B_1}{(A+B_1)^2}\left(181{,}8750\,\frac{C}{D}\gamma^4+28{,}4464\,D\gamma^2\right)} \tag{41}$$

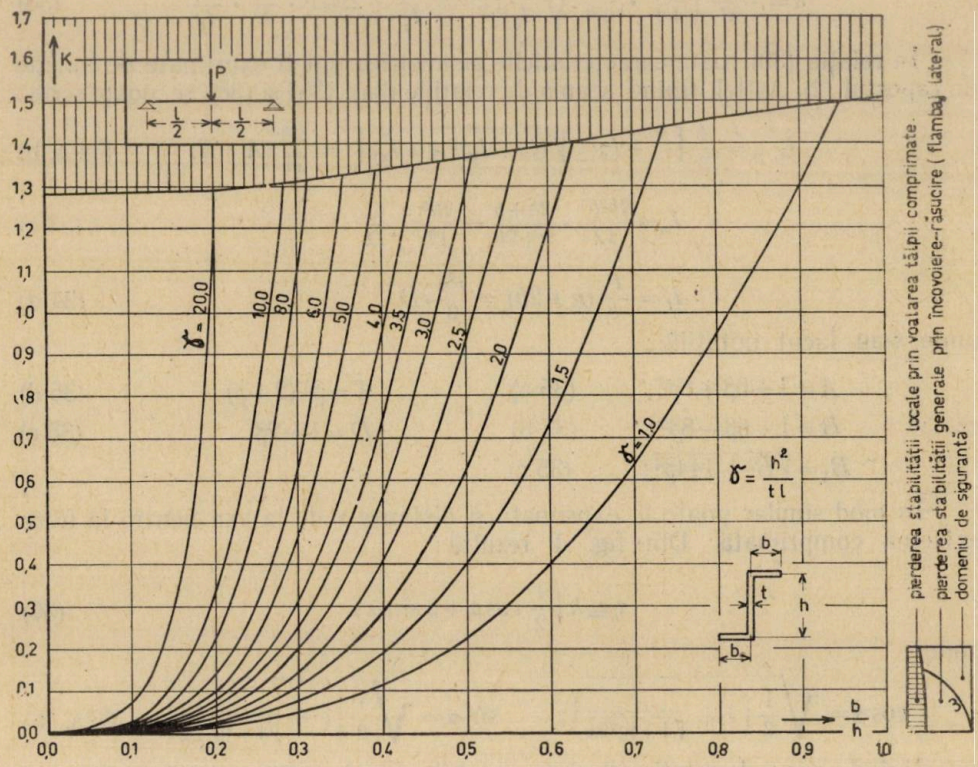


Fig. 5

unde s-a făcut notaţia:

$$\gamma=\frac{h^2}{tl}. \tag{42}$$

Calculînd mărimea coeficienţilor (35 a), (35 c) (35 d), (35 e) şi (40) pentru diferite valori ale raportului (2), introducînd aceste mărimi în relaţia (41) şi tot-

odată diverse valori raportului (42), se pot trasa o serie de curbe care ilustrează variația parametrului critic k de pierdere a stabilității generale a barei, în funcție de rapoartele (2) și (42) (fig. 5).

După determinarea parametrului critic, cu ajutorul relației (33) sau al diagramelor din figura 5, rezistența critică a barei se determină cu ușurință, cu ajutorul formulei (32). Relațiile (29) și (33) sînt valabile numai în domeniul elastic.

3.2. Bara încărcată cu o sarcină uniform distribuită pe toată deschiderea

În cazul cînd pe grindă este aplicată o încărcare oarecare valoarea critică a acestei încărcări poate fi determinată printr-un procedeu aproximativ ce dă rezultate suficient de exacte pentru practică [2] și care constă în a înlocui încărcarea oarecare cu o forță concentrată, aplicată la mijlocul grinzii, astfel aleasă încît deformațiile pe care le produce să fie egale cu deformațiile produse de încărcarea reală. Pentru problema tratată interesează de fapt egalitatea componentelor orizontale ale deformațiilor produse de cele două încărcări: reale și înlocuitoare; cum însă aceste componente orizontale sînt proporționale cu componentele verticale respective, mărimea încărcării critice înlocuitoare poate fi determinată și din condiția de egalitate a acestor componente verticale, care de altfel se determină ușor.

În cazul particular al încărcării uniform distribuite (9) condiția arătată mai sus este exprimată de relația cunoscută:

$$\frac{5\,ql^4}{384\,EI_\xi} = \frac{Pl^3}{48\,EI_\xi} \tag{43}$$

din care se obține imediat:

$$(ql)_f = 1{,}60\,P_f\,. \tag{44}$$

Timoshenko, tratînd această problemă în mod riguros, a stabilit în locul relației aproximative (44) relația exactă:

$$(ql)_f = 1{,}66\,P_f\,. \tag{45}$$

Introducînd (28) în (45) se găsește relația aproximativă:

$$q_f \cong \frac{1}{l^4}\sqrt{EI_\eta\,(8000\times 2\cdot EI_s a^2 + 810\,l^2 GI_t)} \tag{46}$$

sau ținînd seama de (30) se obține [3] relația exactă:

$$q_f = \frac{1}{l^4}\sqrt{EI_\eta\,(8000\,EI_\omega + 810\,l^2\,GI_t)}. \tag{47}$$

Exprimînd rezistența critică a barei:

$$\sigma_f = \frac{q_f l}{8}\cdot\frac{\eta}{I_\xi} \tag{48}$$

şi ţinînd seama de relaţiile (32) şi (47) rezultă:

$$k=\frac{10{,}92}{\pi^2}\left(\frac{b}{t}\right)^2\cdot\frac{\eta l}{8l^2}\sqrt{\frac{I_\eta}{I_\xi}\left(8000\,\frac{I_\omega}{I_\xi}+810\,l^2\cdot\frac{G}{E}\cdot\frac{I_t}{I_\xi}\right)}\cdot \tag{49}$$

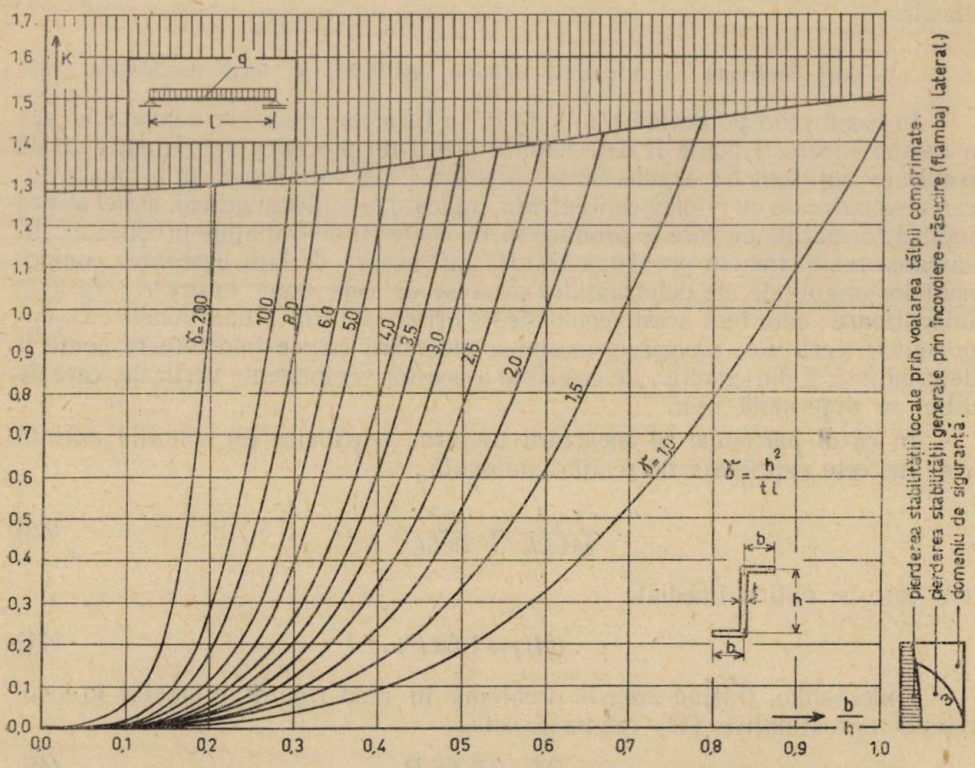


Fig. 6

Introducînd în (49) valorile (34a), (34b), (34c), (34d) şi (39) după unele transformări se găseşte:

$$k=\frac{10{,}92}{\pi^2}\sqrt{\beta^4 F\,\frac{A-B_1}{(A+B_1)^2}\left(125{,}000\,\frac{C}{D}\,\gamma^4+19{,}5268\,D\gamma^2\right)} \tag{50}$$

unde prin γ se înţelege notaţia (42).

Introducînd în (50) mărimile coeficienţilor (35a), (35c), (35d), (35e) şi (40) calculate pentru diferite valori ale raportului (2) se pot trasa — pentru diverse valori ale raportului (42) — curbele de variaţie ale parametrului critic k de pierdere a stabilităţii generale (fig. 6).

În funcție de parametrul critic k determinat cu ajutorul relației (49) sau al diagramelor din figura 6 se obține imediat rezistența critică a barei cu ajutorul formulei (32).

Relațiile (47) și (49) sînt valabile numai în domeniul elastic.

4. VERIFICAREA STABILITĂȚII LOCALE A BAREI

În afară de posibilitatea pierderii stabilității generale, prin încovoiere–răsucire, a barei, este necesar să fie examinată și posibilitatea de pierdere a stabilității locale, prin voalare, a tălpii comprimate a barei, care se poate produce în anumite cazuri.

Admițînd că voalarea tălpii apare înaintea pierderii stabilității inimii barei, în momentul voalării tălpii, inima profilului rămîne plană astfel că talpa poate fi considerată încastrată în dreptul muchiei de intersecție cu inima. Astfel problema stabilității locale a tălpii se reduce la studiul voalării unei plăci dreptunghiulare, încastrată pe una din laturile lungi, nerezemată pe latura opusă, articulată pe laturile scurte și încărcată de-a lungul laturilor scurte cu eforturi normale de compresiune:

$$n_x = \sigma_x \cdot t \tag{51}$$

ce variază liniar (fig. 7) conform relației:

$$n_x = n_0 (1 - \psi y) \tag{52}$$

unde ψ este un coeficient numeric dat de expresia:

$$\psi = \frac{n_0 - n_b}{n_0} \tag{53}$$

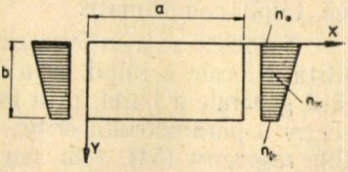


Fig. 7

iar n_0 și n_b sînt eforturile secționale de compresiune la cele două margini ale plăcii.

În condițiile de încărcare și de rezemare a plăcii pe contur, arătate mai sus, expresia parametrului critic de voalare este dată de relația:

$$k = \frac{1{,}280}{1 - 0{,}2176\,\psi}. \tag{54}$$

Ținînd seama de (51), relația (53) poate fi pusă sub forma:

$$\psi = 1 - \frac{\sigma_b}{\sigma_0} \tag{55}$$

în care σ_b și σ_0 – calculate în dreptul suprafeței mediane a tălpii – au expresiile:

$$\sigma_b = \frac{M_\xi}{I_\xi}\left(\frac{h}{2}\cos\alpha\right); \qquad \sigma_0 = \frac{M_\xi}{I_\xi}\left(\frac{h}{2}\cos\alpha + b\sin\alpha\right). \tag{56a, b}$$

Introducînd valorile (56a, b) în (55) după unele transformări se găsește:

$$\psi = \frac{2\beta\,\mathrm{tg}\,\alpha}{1 + 2\beta\,\mathrm{tg}\,\alpha} \tag{57}$$

în care tg α se poate calcula cu relaţia:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{-1+\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 2\alpha}}{\operatorname{tg} 2\alpha} \tag{58}$$

unde tg 2α este dată de relaţia (4).

Calculînd în funcţie de diferite valori ale raportului (2) expresiile (58), (57) şi (54) se poate trasa curba de variaţie a parametrului critic k (fig. 5 şi 6) rezultată din condiţia de stabilitate locală a tălpii şi care limitează superior, indiferent de natura încărcării de pe bară, valorile parametrului critic k rezultate din condiţia de stabilitate generală a barei.

După determinarea parametrului critic k cu relaţia (54) sau cu ajutorul curbei corespunzătoare din figura 5 sau 6, rezistenţa critică de voalare a tălpii se obţine din relaţia generală (32).

Relaţia (54) este valabilă numai în domeniul elastic (32). În legătură cu pierderea stabilităţii locale a tălpii comprimate se subliniază că voalarea acestei tălpi nu duce la epuizarea capacităţii portante a barei, aceasta putînd fi menţinută în exploatare şi cu talpa comprimată în stare post voalată. Această stare nu este însă de dorit şi în consecinţă se recomandă ca dimensionarea barei să se facă în aşa fel încît să nu se ajungă în situaţii de solicitare care duc la voalarea tălpii comprimate.

Totodată se menţionează faptul că în cazul particular cînd pierderea stabilităţii locale a tălpii, prin voalare, se produce simultan cu pierderea stabilităţii generale a barei, prin încovoiere-răsucire, valoarea rezistenţei critice, respectiv a parametrului critic, este mai mică decît cea care rezultă din relaţiile (32) respectiv (54), (33) sau (49).

5. VERIFICAREA STABILITĂŢII BAREI ÎN DOMENIUL PLASTIC

Aşa cum s-a arătat deja, toate relaţiile de calcul stabilite mai sus sînt valabile numai în domeniul elastic.

Rezolvarea teoretică a problemei stabilităţii barei în domeniul plastic fiind discutabilă şi mult mai greu de soluţionat decît în domeniul elastic, în cele ce urmează se recomandă un procedeu aproximativ [2] stabilit prin analogie cu procedeul utilizat pentru calculul în domeniul plastic, în problemele de stabilitate a barelor comprimate.

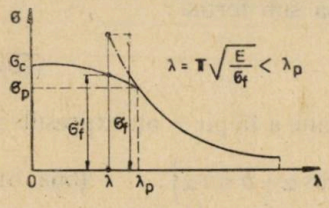


Fig. 8

Pentru aceasta se calculează mai întîi rezistenţa critică a barei (cea mai mică dintre valorile σ_f, rezultate din condiţia de stabilitate generală sau de stabilitate locală) admiţînd comportarea elastică a barei şi se compară această rezistenţă critică (σ_f) cu limita de proporţionalitate (σ_p) a materialului.

Dacă:

$$\sigma_f > \sigma_p \tag{59}$$

pierderea stabilității barei are loc în domeniul plastic și în acest caz σ_f nu mai reprezintă rezistența critică reală de pierdere a stabilității barei, ci o valoare ce corespunde rezistenței critice dată de formula lui Euler (fig. 8) care nu mai este valabilă în domeniul plastic:

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}. \tag{60}$$

Din egalitatea: $\sigma_f = \sigma_E$, se obține coeficientul de subțirime corespunzător:

$$\lambda = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_f}}. \tag{61}$$

În funcție de acest coeficient de subțirime se poate determina apoi rezistența critică reală σ'_f (fig.8) de pierdere a stabilității în domeniul plastic.

BIBLIOGRAFIE

1. S. P. Timoshenko, J. M. Gere, *Teoria stabilității elastice*, Eidutra Tehnică București 1967.
2. F. Hartmann, *Stahlbrückenbau I*, Franz Deuticke, Wien, 1946.
3. V. Z. Vlasov, *Tonkostennie uprugie sterjeni*, Moskwa Gosudarstvennoe izdatelstvo fiziko-matematiceskoi literaturî, 1959.

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ПО УСТОЙЧИВОСТИ ПРИ ИЗГИБЕ — КРУЧЕНИИ ТОНКОЛИСТОВЫХ ХОЛОДНОКАТАННЫХ ПРОФИЛЕЙ З.

(РЕЗЮМЕ)

В работе исследуются вопросы связанные с потерей общей устойчивости при изгибе-кручени соответственно, потери местной устойчивости при вуалировании сжатого пояса тонколистовых холоднокатанных профилей З, использованных как стропильные свободнолежащие прогоны.

По откосу покрытия, определяется отношение ширины пояса (b) и высоты стенки (h), для чего профиль нагружен только при прямом изгибе. Установлены расчетные соотношения для определения критических сопротивлений, потери общей устойчивости, соответственно, потери местной устойчивости сжатого пояса в упругом участке и рекомендуется приближенный способ определения критических сопротивлений в пластическом участке. К работе приложены диаграммы которые способствуют непосредственному определению критических параметров вуалирования для двух состояний нагружения стержня: сосредоточенной нагрузкой приложенной в середине пролёта и соответственно, равномерно распределенной нагрузкой по всему пролету стержня.

EINIGE BIEGEDRILLKNICKPROBLEME DER Z-PFETTEN AUS KALTPROFILEN

(ZUSAMMENFASSUNG)

Es werden einige Probleme der Biegdrillknikung kaltverformten Z Querschnitten studiert, wenn diese, als einfach gelagerte Pfetten verwendet werden.

Als Funktion der Neigung des Daches wird der Faktor $\frac{b}{h}$ berechnet wobei b die Breite des Flansches und h die Höhe des Steges ist für welchen der Träger nur auf Biegung beansprucht ist wobei die Biegungsebéne mit einer Hauptebene des Querschnütes zusammenfällb.

Es werden Berechnungsbeziehungen zur Bestimmung der kritischen Spannung bei Kippung (beziehungsweise Beulung des gedrückten Flansches) im elastischen Bereich aufgestellt und ein Nehärungsverfahren für den plastishen Bereich empfohlen.

Die Arbeit enthält auch für zwei Beanspruchungsfälle des Trägers: eine konzentrierte Kraft in Mitte der Spannweite und bezichungsweise eine gleichvörmig verteilte Kraft entlang des ganzen Trägers, Diagramé welche zur direkten Bestimmung der kritischen Parameter diesen.

CERCETĂRI PRIVIND EXECUTAREA PILOȚILOR SCURȚI TURNAȚI LA FAȚA LOCULUI PRIN VIBROPRESARE *

DE

M. PĂUNESCU, T. SCHEIN

1. INTRODUCERE

Volumul mare de investiții în construcții a obligat și obligă pe constructori să studieze și să aplice soluții cît mai corespunzătoare din punct de vedere tehnico-economic.

Astfel în ultimii ani printre altele s-a dezvoltat în mod deosebit, construcția de locuințe din panouri mari. Această metodă permite reducerea considerabilă a volumului de muncă a muncitorilor pe șantier, realizarea unei economii de materiale, precum și reducerea termenelor de execuție [1], [2], [3], [6].

Pentru realizarea ultimului deziderat, o importanță deosebită prezintă organizarea și executarea lucrărilor de fundare.

O soluție de fundare care să corespundă cît mai bine celor arătate mai sus îndeosebi pentru construcții fundate pe pămînturi contractile, pe pămînturi sensibile la înmuiere, acolo unde nivelul apelor subterane este ridicat, sau stratul rezistent se află la 3—4 m de la suprafața terenului, soluție ce s-a aplicat tot mai mult în ultima vreme, o reprezintă fundarea pe piloți scurți (3—7 m lungime).

Sistemul de fundare pe piloți scurți folosiți pentu fundarea clădirilor de locuit, social culturale, industriale, etc. s-a dezvoltat în ultima vreme și în țara noastră.

Astfel Institutul de Cercetări în Construcții și Economia Construcțiilor (INCERC) [1], București a efectuat mai multe studii asupra folosirii piloților scurți, bazate atît pe material documentar de peste hotare cît și experiența unor lucrări efectuate în țară (București, Cluj, Brașov, Bacău, Iași, Timișoara, Deva, etc).

Au fost executate fundații pe piloți scurți prefabricați sau turnați la fața locului, fiecare dintre procedee prezentînd avantaje și desavantaje.

---

* Lucrarea a fost prezentată la sesiunea de comunicări științifice a cadrelor didactice de la data de 22—23 dec. 1969 I. P. Cluj.

Pentru executarea piloților scurți prefabricați se manifestă tendința de-a se trece la utilizarea betonului precomprimat. Referitor la înfigerea acestora se renunță la utilajele grele montate pe șine trecîndu-se la folosirea unor agregate de înfigere cu o mare mobilitate și productivitate folosindu-se atît baterea, cît și înfigerea prin vibrare (sub diversele ei forme).

Referitor la piloții scurți turnați la fața locului metoda de forare rotativă reprezintă metoda folosită în genere, ca și metodele de turnare cu ajutorul tuburilor metalice recuperabile.

Urmărindu-se realizarea unor piloți cu capacitate portantă cît mai ridicată, cu un consum minim de armătură și cu o tehnologie cît mai simplă, respectiv la un preț de cost cît mai redus, s-a studiat executarea piloților scurți turnați la fața locului, folosindu-se metoda vibropresării. Lucrările s-au efectuat de autori în perioada 1967 – 1969 cu contribuția materială a INCERC București, cu ocazia executării unor construcții din Timișoara. care datorită condițiilor speciale de teren au fost proiectate a se funda pe piloți scurți.

În cadrul cercetărilor efectuate s-a urmărit punerea la punct a unei tehnologii de execuție a piloților cu bulb turnați cu ajutorul vibroagregatului VVPS 20/11 (de producție sovietică) precum și realizarea unui beton de calitate bună chiar și în condițiile realizării piloților executați sub nivelul apei, eliminînd astfel operația de formare a bulbului prin explozie.

Lucrările s-au efectuat pe două amplasamente diferite din punct de vedere geotehnic, creind posibilitatea punerii în evidență a particularităților ce le prezintă tehnologia de execuție.

2. ISTALAȚIA FOLOSITĂ

Pentru executarea piloțiolor turnați la fața locului s-au folosit următoarele utilaje:

- agregatul de vibropresare VVPS 20/11,
- tubul metalic de inventar,
- electropompe pentru evacuarea apei.

2.1. Agregatul de vibropresare VVPS-20/11

Agregatul V.V.P.S.-20/11 este destinat înfigerii în pămînt prin procedeul combinat de vibrare și presare a piloților de beton armat cu secțiunea de 30×30 cm și lungime pînă la 6,00 m [4]. În cazul tehnologiei de elaborare a piloților turnați pe loc acesta servește la întroducerea tubului de inventar în teren, la realizarea bulbului de la partea inferioară și la extragerea tubului de inventar.

Agregatul V.V.P.S. 20/11 (fig. 1) constă din următoarele părți principale: cadru frontal (*1*), cadru posterior (*2*), săgeata (*3*), vibratorul (*4*), troliul electric (*5*) cu un sistem, de scripeți cu cablu și dirijare dela distanță, un generator (*6*), electromotorul troliului (*7*) și electromotorul vibroinfigătorului (*8*).

Dirijarea întregului agregat se face centralizat din cabina tractorului.

Organul principal al agregatului este generatorul de vibrații (vibratorul).

Cu ajutorul unui troliu mecanizat vibratorul se poate deplasa liber pe verticală în profilele de ghidaj (separat, sau împreună cu tubul de inventar). Motorul vibratorului precum și cel al troliului primesc energie electrică de la un generator existent pe agregat printr-un tablou de distribuție instalat în cabina sa. Pilotul, respectiv tubul de inventar este fixat de vibrator cu o piesă metalică avînd un sistem de prindere tip dorn tronconic [4]. În procesul de lucru, vibratorul împreună cu tubul de inventar se ridică în sus, apoi se decuplează motorul troliului de ridicat, se slăbește frîna sa, se cuplează motorul vibratorului și tubul de inventar se înfige în pămînt sub efectul vibrării. La procesul de înfigere contribuie atît vibrarea cît și presarea ce se realieazază cu un alt troliu [4].

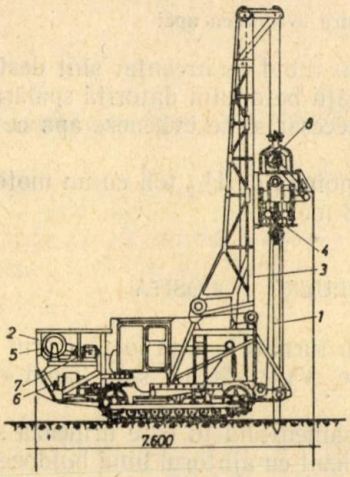


Fig. 1. Schema vibroagregatului VVPS 20/11.

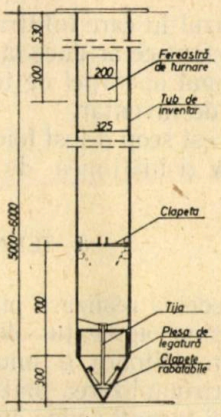


Fig. 2. Tubul de inventar folosit pentru forarea și executarea pilotului turnat.

Caracteristicile tehnice ale agregatului sînt: forța de oscilație maximă a vibratorului 20 tf, forța de presare maximă 11 tf, viteza de înfigere cuprinsă între 1,8–3,20 m/minut (aceasta funcție de consistența terenului) presiunea specifică asupra pămîntului (pe șenile) de 0,59 kgf/cm², viteza de deplasare a agregatului de 2,36–5,40 km/oră – iar puterea motorului său este de 100 c.p.

2.2. Tubul metalic de inventar

Tubul metalic s-a executat din țeavă neagră sudată cu diametrul exterior de 325 mm ; la partea superioară a tubului s-a decupat o ferearstă cu dimensiunile 200×300 mm în care se așază o pîlnie conică din tablă care servește la turnarea betonului.

În partea de jos a tubului s-a prevăzut un vîrf format din 3 aripioare executate din tablă de 8 mm grosime, articulate ca în figura 2.

O tijă, în lungime totală de 350 mm ghidată în partea superioară de 2 braţe sudate, care constituie în acelaşi timp şi opritorul, poate deschide s-au închide conul.

La distanţa de circa 4—5 m de la flanşa de prindere s-a montat o clapetă formată din două părţi articulate pe conturul interior al tubului. În interiorul tubului se află 2 piese sudate sub clapetă astfel ca să permită o deschidere a clapetei, suficientă pentru trecerea betonului (fig. 2).

Funcţionarea clapetei este pe cît de simplă pe atît de sigură în exploatare. Astfel la turnarea betonului cele 2 părţi ale clapetei se deschid sub greutatea betonului permiţînd pătrunderea acesteia spre conul tubului.

2.3. Electropompa pentru evacuarea apei

În cazul în care infiltraţiile de apă în tubul de inventar sînt destul de importante, fapt ce ar duce la slăbirea calităţii betonului datorită spălării betonului în timpul operaţiei de turnare, este necesar să se evacueze apa ce pătrunde în tubul de inventar.

În acest scop a fost folosită o electropompă de $1^1/_2$ ţoli cu un motor electric de 0,8 kW şi înălţimea de aspiraţie de 8 m.

3. TEHNOLOGIA DE LUCRU FOLOSITĂ

În vederea realizării piloţilor cu bulb turnaţi la faţa locului prin vibropresare, folosind agregatul de vibropresare VVPS 20/11 s-au făcut o serie de lucrări pregătitoare şi anume:

a) Orizontalizarea platformei amplasamentului în care urmează să se execute piloţii turnaţi pe loc, lucru ce s-a realizat cu ajutorul unui buldozer, aceasta pentru a permite o aşezare corectă a utilajului şi în final înfigerea verticală a tubului metalic de inventar în teren.

b) Pregătirea materialelor necesare executării pilotului:

- beton (1,6—1,8 ori volumul tubului),
- fretă (fig. 3),
- cofrag pentru executarea pilotului la partea din afara terenului.

c) Marcarea poziţiilor unde urmează să se execute pilotul şi materializarea acestor poziţii cu ajutorul ţăruşilor din lemn.

În urma lucrărilor experimentale s-a stabilit formaţia optimă de lucru compusă din: şef de echipă (maistru), mecanic utilaj, ajutor mecanic utilaj, electrician şi doi muncitori necalificaţi.

Etapele care constituie procesul tehnologic de executare a unui pilot turnat sînt redate în figura 4 după cum urmează:

— *Etapa I.* Fixarea tubului metalic de inventar de vibrogeneratorul agregatului prin intermediul piesei de prindere.

— *Etapa II.* Ridicarea vibrogeneratorului împreună cu tubul metalic de inventar pînă la înălţimea maximă şi fixarea tubului metalic de inventar deasupra unui punct materializat prin ţăruş.

— *Etapa III.* Închiderea clapetelor de la partea inferioară a tubului metalic de inventar cu ajutorul unui inel de sîrmă și introducerea tubului prin vibropresare la cota stabilită.

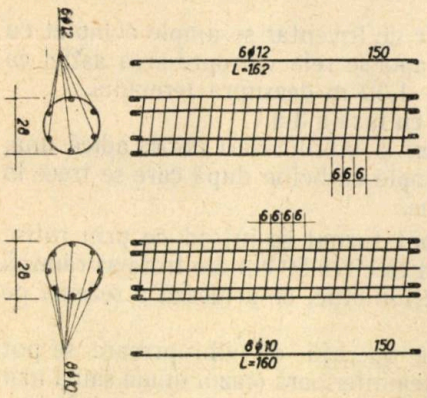


Fig. 9. Frete folosite pentru armarea la partea superioară a pilotului.

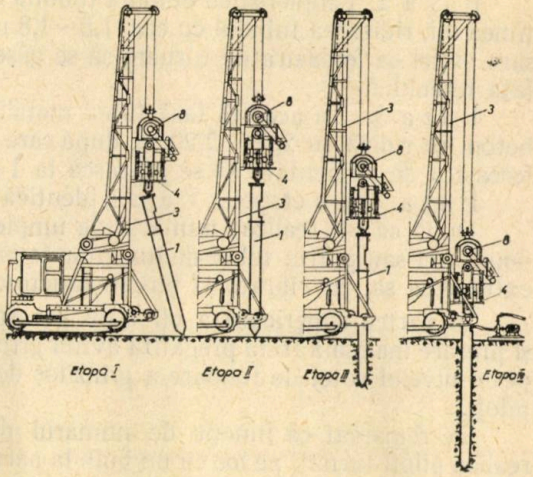


Fig. 4. Etapele de execuție a unui pilot turnat pe loc.

— *Etapa IV.* Evacuarea apei din tubul metalic de inventar în cazul cînd executarea piloților se face sub nivelul apelor subterane. Evacuarea apei se face cu ajutorul electropompei. Dacă viteza de infiltrație este mare se toarnă în tub circa 0,04 mc beton în scopul creierii unui dop care să nu permită pătrunderea apei în tub prin partea inferioară (singurul loc pe unde se produce infiltrarea apei în tub).

— *Etapa V.* Realizarea propriu-zisă a pilotului operație ce se desfășoară în mai multe faze.

F a z a 1. Introducerea unei porții de beton (bine înțeles după evacuarea apei), pe o treime din înălțimea tubului și extragerea tubului sub efectul vibrării cu circa 0,8—1,00 m (fig.5).

După extragerea tubului pe înălțimea mai sus amintită, se slăbește cablul de la troliul de extragere și se reia procesul de vibropresare pînă la cota inițială, În acest fel, betonul cuprins sub clapetele semicirculare din interiorul tubului

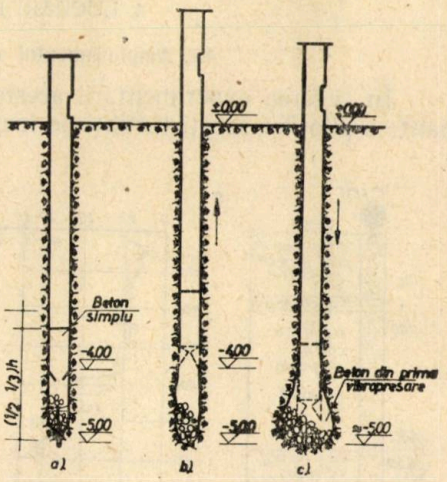


Fig. 5. Fazele realizării bulbului:
a — înfingerea tubului metalic în teren și umplerea parțială cu beton; *b* — ridicarea tubului metalic pentru golirea parțială a betonului din tub; *c* — reînfigerea tubului prin vibropresare pentru începerea executării bulbului.

este vibrat și presat în teren, fiind obligat să refuleze, deci să dea naștere la un bulb.

F a z a 2. Umplerea cu beton a tubului de inventar pe două treimi din înălțimea lui, ridicarea tubului cu cca. 1,5—1,8 m și reluarea operației de vibropresare astfel ca fereastra de turnare să se găsească la circa 0,50 m de la suprafața terenului.

F a z a 3. În această fază tubul metalic de inventar se umple complet cu beton, se ridică cu 2,00—2,20 m, după care apoi se reia vibropresarea astfel ca fereastra de alimentare să se găsească la 1—1,30 m deasupra terenului.

F a z a 4-*a* a etapei a V-a este identică cu faza a 3-a.

După ce s-a realizat numărul de umpleri și vibropresări dorit, adică una, două, trei sau patru, tubul de inventar se umple cu beton după care se trece la extragerea sa, cu vibratorul pus în funcțiune.

În partea superioară a pilotului proaspăt turnat se introduce prin rotire și presare manuală freta pregătită avînd grija ca circa 50 cm din fretă să rămînă peste nivelul cotei de fundare a grinzilor de fundație, ce urmează a rezema pe piloți.

De remarcat că funcție de numărul de operații de vibropresare se pot realiza piloți turnați pe loc cu un bulb la partea inferioară (cazul unuia sau a mai multor vibropresări la aceeași adîncime) sau piloți dezvoltați la partea inferioară și mai multe proeminențe accentuate la diferite înălțimi de la partea inferioară a pilotului (cazul mai multor vibropresări pe adîncimi diferite) fapt care face să sporească capacitatea portantă a piloților, funcție de numărul operațiilor de vibropresare.

4. LUCRĂRI EXPERIMENTALE

4.1. Amplasamentul din zona Circumvalațiunii

În vederea experimentării acestei tehnologii și a stabilirii capacității portante a piloților scurți turnați pe loc, s-au executat un număr de 8 piloți marcați cu simbolurile P_2-P_9, cu lungimea de 4,10 m. Stratificația în care s-au executat piloții este redată în figura 6.

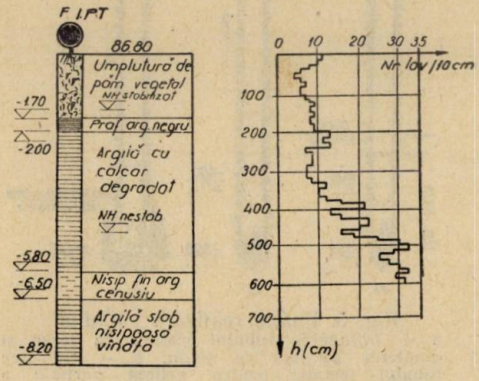


Fig. 6. Stratificația amplasamentului din zona Circumvalațiunii.

Piloții s-au executat din beton B.200 folosind ciment cu rezistențe inițiale mari (RIM). S-au armat la partea superioară cu o carcasă fretată avînd lungimea de 1,5 m, formată din 6 bare cu diametru de 12 mm și pasul de 6 cm.

Tehnologia de lucru folosită a fost cea descrisă anterior.

Pentru a vedea influența numărului de vibropresări asupra capacității portante a piloților aceștia au

fost executați după cum urmează:

- piloții P_2 și P_3 cu una operație de vipropresare,
- piloții P_4 și P_5 cu două operații de vibropresare,
- piloții P_6, P_7, P_8 și P_9 cu trei operații de vibropresare.

După trecerea unei perioade de timp (circa 3 săptămîni) s-a trecut la încărcările de probă, pentru stabilirea capacității portante.

Piloții (P_1 – prefabricat) și (P_2, P_3, P_6 și P_7 – turnați pe loc) au fost solicitați la compresiune axială pînă la sarcina de rupere, aplicîndu-se trepte de încărcare de 2–10 tone. Mărimea treptelor de încărcare a fost aleasă astfel încît să permită o trasare clară a diagramei în zona sarcinii de rupere.

Fiecare treaptă de încărcare a fost menținută (exceptînd treapta corespunzătoare sarcinii critice) pînă la stabilizarea tasării, conform prescripțiilor românești STAS 4860-67.

Din valorile obținute, rezultă încărcarea admisibilă pe piloți (izolați) corespunzătoare unui coeficient de siguranță 2, (cu care au fost afectate sarcinile critice). Astfel:

- pilotul P_1 (prefabricat) = 17 tf/pilot,
- pilotul P_2 (turnat pe loc) = 12 tf/pilot,
- pilotul P_3 (turnat pe loc) = 12 tf/pilot,
- pilotul P_6 (turnat pe loc) = 17 tf/pilot,
- pilotul P_7 (turnat pe loc) = 15 tf/pilot.

Datele obținute arată că din punct de vedere al capacității portante există diferențe mari între piloții prefabricați și cei turnați pe loc, mai ales cei executați numai printr-o operație de vibropresare (P_2 și P_3).

Încărcarea cu sarcini orizontale s-a executat simultan pe doi piloți cu ajutorul unei prese hidraulice, montată în poziție orizontală, între capetele piloților.

Pentru fiecare treaptă de încărcare s-au executat 5 cicluri de încărcare-descărcare.

Stabilirea sarcinii critice orizontale după diagramele încărcărilor ciclice, în conformitate cu prescripțiile românești STAS 4850-55 indică următoarele valori:

- piloții P_5 și P_6 = 4 tf,
- piloții P_8 și P_9 = 3 tf.

Aplicînd un coeficient de siguranță cu valoarea 2, rezultă că se poate adopta sarcina orizontală admisibilă de 1,5–2 tf.

Pentru această solicitare, deplasarea orizontală a piloților se apreciază a fi de ordinul 0,5–1,3 mm.

După efectuarea încărcărilor de probă privind capacitatea portantă a piloților turnați pe loc, s-a trecut la desvelirea a doi piloți și anume pilotul P_6 și P_7 pentru care s-a putut întocmi un releveu prin măsurători directe (fig. 7).

În figura 7 se văd dimensiunile bulbului care sînt relativ reduse. Aceasta se explică prin aceea că vîrful pilotului a ajuns într-un strat de argilă plastic consistentă spre tare cu incluziuni de calcar degradat, lucru ce n-a permis dezvoltarea bulbului sub acțiunea operațiilor de vibropresare.

Modul de dezvoltare laterală relativ limitată de bulbului, contribuie la obținerea unei capacități portante reduse. Din experimentările prezentate se ajunge la concluzia că metoda nu duce la sporuri de capacitate portantă în comparație cu piloții prefabricați, ci din contră, în cazul unei singure vibropresări chiar la valori mai mici a acesteia.

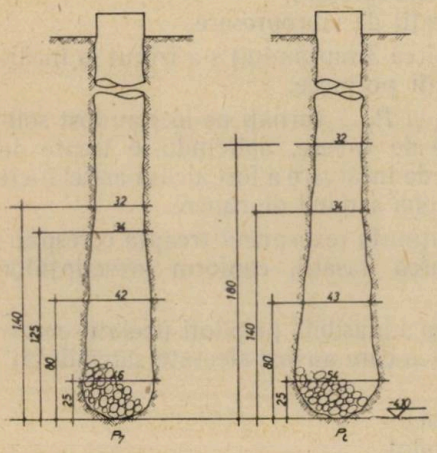


Fig. 7. Releveul a doi piloți desveliți din zona Circumvalațiunii Timișoara.

Totuși prin executarea unui număr de 3 operațiuni de vibropresare, capacitatea portantă a ajuns în cazul pilotului P_6 la 17 tf, adică egală cu a pilotului prefabricat. Dacă se ține seama de consumul redus de armătură și de timpul scurt de execuție (circa 20 minute) se poate trage concluzia că și în cazul cînd vîrful piloților se execută în argile consistente, executarea piloților prin vibropresare prezintă unele avantaje certe.

4.2. Amplasamentul din strada Ofcea

Lucrările experimentale s-au efectuat în perioada 1968–1969 pe amplasamentul căminului de elevi al școlii textile.

În zona fostei albii a rîului Bega s-au executat pentru probă 2 piloți prefabricați (P_1 și P_2) și un pilot turnat (P_8) iar în afara albiei s-a executat un pilot prefabricat (P_3) și 10 piloți turnați la fața locului $P_4 - P_{13}$.

Piloții prefabricați au fost cu lungime de 6,00 m și secțiunea de 25/25, iar cei turnați de aceeași lungime, dar cu diametrul tubului de turnare de 325 mm.

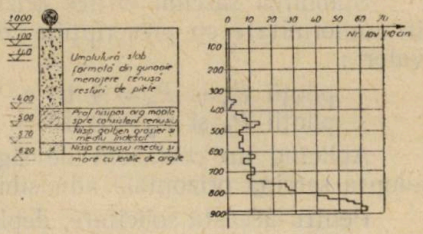


Fig. 8. Stratificația amplasamentului din strada Ofcea Timișoara.

Stratificația din vechea albie era formată din pămînturile prezentate în figura 8, ea menținîndu-se și în afară cu observația că umplutura avea o grosime de numai circa 2,5 m, continuîndu-se cu nisipul grosier și urme de pietriș, cu foarte puține intercalații argiloase.

Încercările de probă la sarcini verticale au pus în evidență următoarele capacități portante:

Piloții prefabricați: P_1 și P_2 au avut 15 tf iar P_3 din afara albiei 25 tf, pentru un coeficient de siguranță 2.

Piloții turnați la fața locului : P_8 a avut 22,5 tf iar pilotul P_4 din afara albiei a avut 33 de tf pentru același coeficient de siguranță.

Rezultă că piloții turnați la fața locului au avut o capacitate portantă mai mare cu 7,5 tf (cazul celor din albie) respectiv cu 8,0 tf (cazul celor din afara albiei).

Pentru stabilirea aspectului calitativ al pilotului, respectiv dimensiunile bulbului pe acest amplasament, s-au făcut 2 dezveliri de piloți. Din observațiile făcute după dezvelire privind calitatea betonului turnat în pilot, respectiv aspectul calitativ și cantitativ al bulbului, s-au tras următoarele concluzii : betonul turnat în piloți este de bună calitate, iar bulbul s-a format exclusiv începînd cu ultima treime de jos a pilotului.

Dimensiunile bulbului la cei doi piloți dezgoliți sînt prezentate în figura 9.

Încărcările cu sarcini orizontale au fost efectuate pe piloți simpli și pe grupuri de piloți solidarizate cu radiere.

Astfel pentru piloții liberi la partea superioară, aflați în afara vechii albii a rîului Bega s-a obținut o capacitate portantă de 1,5 tf la un coeficient de siguranță de 2 și deplasări ale pilotului de 13,5 mm.

Datorită condițiilor particulare în care s-au făcut încercările și anume :

— piloți liber nesolidarizați la capătul exterior,

— armarea efectuată numai pe o lungime de la 1,5—2,00 m de la capătul superior,

— prezența umpluturilor recente, afînate, în grosime de circa 2,5 m.

S-a putut trage concluzia că încărcarea orizontală critică respectiv admisă nu este dictată de rezistența terenului ci de rezistența betonului, deoarece piloții s-au rupt imediat sub zona armată.

Pentru grupurile de piloți formate fiecare din 2 piloți solidarizați la partea

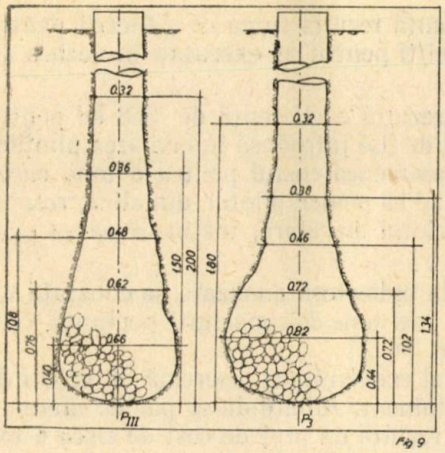


Fig. 9. Releveul a doi piloți din strada Ofcea Timișoara.

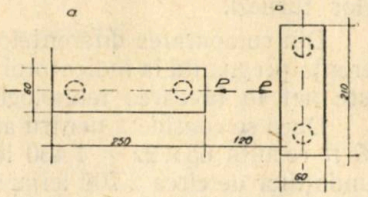


Fig. 10. Schema de solicitare la încărcarea cu sarcini orizontale a grupurilor de piloți solidarizați cu radiere.

superioară cu porțiuni de radier rezultatele obținute au arătat un spor al capacității portante.

Astfel pe baza deplasărilor stabilizate, pentru fiecare grup corespunzător diferitelor trepte de încărcare, rezultă că sarcina admisă pentru piloții din primul grup *(a)* este mai mare decît sarcina din grupul doi *(b)* datorită așezării diferite a piloților, Astfel primul grup de doi piloți a fost solicitat pe direcția axului ce trece prin centrul celor doi piloți, iar grupul doi a fost solicitat pe direcția axei ce trece printre cei doi piloți (fig. 10).

Pentru coeficientul de siguranță 2 s-au obținut pentru primul grup *(a)* o capacitate portantă la sarcini orizontale de 7,5 tf, iar pentru grupul doi *(b)* numai 5,5 tf.

În afara aspectului tehnic prezentat, se consideră necesar a se face și cîteva referiri de ordin economic.

Astfel, pe baza datelor obținute atît în încercările experimentale, cît și în ceea ce privește executarea construcției amintite, în varianta piloți scurți prefabricați se prezintă cîteva valori edificatoare.

Costul unui pilot prefabricat, pus în operă, inclusiv degajarea armăturilor necesare prinderii de fundație a fost de 1 128 lei, iar costul unui metru de pilot introdus în teren de 209 lei. În ceea ce privește costul piloților prefabricați, raportați la capacitatea portantă pentru pilotul din vechea albie a rîului Bega a rezultat suma de lei 75 pentru 1 tonă de capacitate portantă, respectiv 45 lei/tf pentru piloții din afara albiei.

Prezentînd datele referitoare la piloții turnați la fața locului se constată următoarele :

Costul unui pilot turnat pe loc este 760 lei, iar al unui metru de fișă introdusă este de 147,5 lei.

Raportînd costul la capacitatea portantă rezultă suma de 23 lei/tf pentru piloții executați în afara albiei și de 33,8 lei/tf pentru cei executați în vechea albie a rîului Bega.

Din compararea cifrelor menționate rezultă o diferență de 368 lei pentru fiecare pilot, respectiv 61,5 lei pentru 1 ml de fișă introdusă în favoarea piloților turnați prin procedeul vibropresării. De asemenea costul pentru o tonă capacitate portantă sarcină pe pilot este de 41,20 lei pentru pilotul din albie, respectiv 22 lei/tf capacitate portantă pentru pilotul din afară, tot în favoarea piloților turnați.

Din compararea diferențelor de preț la indicatorii analizați, se constată diferența pregnantă la indicatorul de cost al unei tone de capacitate portantă, care este net în favoarea tehnologiei studiate.

Dacă se consideră pentru apartamentul convențional o sarcină de calcul de 65 tf rezultă $65 \times 22 = 1\,430$ lei pe apartament. Adunîndu-se partea aferentă fundațiilor de circa 2 700 lei/apartament, rezultă un preț de cost de circa 4 130 lei pe apartament. Comparînd soluția cu fundarea directă pe acest amplasament se ajunge la circa 5 000 lei pe apartament, deci o reducere a costului cu 970 lei/apartament adică circa 23% economie (sumele fiind estimate cu unele aproximări).

Desigur că dacă se ține seama și de consumul redus de armătură (o economie de circa 75%)se pune și mai bine în evidență avantajele ce le prezintă soluția experimentată.

Față de cele prezentate se consideră util a se mai sublinia și faptul că în cazul unei stratificații eterogene, în zone de aluviuni, unde piloții prefabricați nu reușesc să ajungă pînă la cota (cazul din strada Ofcea), piloții turnați se pot face de lungimi variabile) după nivelul stratului portant.

Desigur că metodologia propusă prezintă și o serie de desavantaje, în comparație cu piloții prefabricați, cum ar fi lipsa de control a calității pilotului, industrailizarea, etc, ceea ce impune continuarea experimentărilor în condiții de șantier, pe clădiri similare, în soluții de fundare diferite.

BIBLIOGRAFIE

1. S. Andrei și alții, Utilizarea piloților scurți pentru realizarea fundațiilor construcțiilor civile și industriale. Referat prezentat la ședința de comunicări a secției de fundații de la I.N.C.E.R.C. — București, 27 ianuarie 1964.
2. N. Maior și M. Păunescu, *Geotehnică și fundații* Editura didactică și pedagogică — 1967.
3. M. Păunescu și V. Pop, Folosirea piloților scurți pentru fundarea clădirilor de locuit Rev. construcțiilor și a materialelor de Construcții nr. 2/1964.
4. M. Păunescu, *Folosirea vibrațiilor la executarea unor lucrări de fundații.* Editura tehnică, 1968.
5. M. Păunescu. G. Velcu și V. Haida, Folosirea piloților scurți la executarea unui bloc de locuințe. Revista Construcțiilor și a materialelor de construcții nr. 5/1968.
6. M. Rădulescu și V. Pop., Studiu tehnico-economic — privind aplicarea sistemului de fundare pe piloți scurți la clădiri de locuit cu pînă la 5 niveluri. Revista Construcțiilor și materialelor de Construcții nr. 7/1964.

ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ИЗГОТОВЛЕНИЮ КОРОТКИХ СВАЙ ВИБРИРОВАНИЕМ НА МЕСТЕ

(РЕЗЮМЕ)

С целью разработки технологии изготовления которых свай при помощи виброагрегата ВВПС 20/II были предприняти опытные исследования.

Опыты проводились на стройках города Тимишоара где по природным условиям было необходимо возводить фундаменты на коротких сваях.

Средняя длина свай 5 м, диаметр 35 см ; на нижнем конце предвиделся наконечник изготовленный виброжатием.

Установлено, что несущая способность отлитых свай на месте выше предварительно изготовленных применяемых для сравнения, и зависит от числа вибросжатий.

Экономическое исследование оправдывает применение агрегата ВВПС 20/II для изготовления на стройке коротких свай, что приводит к снижению себестоимости свай как таковой, так и одной тонны несущей способности.

FORSCHUNGEN IM BEZUG AUF DIE AUSFÜHRUNGEN VON ORTGEGOSSENEN KURZEN PFÄHLEN MIT RÜTTELVERDICHTUNG

(ZUSAMMENFASSUNG)

Für die Ausarbeitung einer Technologie bezüglich der Ausführung der am Ort gegossenen und mit dem Rüttelaggregat VVPS 20/11 verdichetteen kurzen Pfähle sind eine Reihe von experimentellen Arbeiten durchgeführt worden.

Diese experimentellen Arbeiten wurden von den Autoren gelegentlich einiger Bauvorhaben in Temeswar durchgeführt, die wegen der besonderen Beschaffenheit, auf Pfahlgründung entworfen worden sind.

Es wurden kurze Pfähle mit der durchschnittlichen Länge von 5 m und 35 cm Durchmesser ausgeführt, deren zwiebelförmig erweiterter Kopf durch Rütteldruck erzielt wurde.

Die Tragfähigkeit einiger vorgefertigter Vergleichspfähle blieb kleiner als jene der an Ort gegossenen, da die Tragfähigkeit von der Zeit des Rütteldrucks abhängt.

Die Benützung des Aggregates VVPS 20/11 für die Durchführung der am Ort gegossenen kurzen Pfähle, erwies sich als wirtschaftlich vorteilhaft, sowohl in bezug auf den Preis des ausgeführten Pfahles, wie auch im besonderen hinsichtlich des Preises eines Mp der Tragfähigkeit.

METODE DE REPREZENTARE AXONOMETRICĂ A ELEMENTELOR DE CONSTRUCȚII *

DE

V. POPP, T. CHIU, L. BARNA, N. RACHIN

Pentru reducerea numărului de reprezentări necesare și a reda mai intuitiv forma și aspectul unui obiect se utilizează pe o scară largă reprezentările axonometrice, unde o singură proiecție sugestivă și mai cuprinzătoare poate înlătura complet reprezentările greoaie în ce privește dimensiunile și forma geometrică.

În literatură sînt date un număr restrîns de sisteme axonometrice care nu pot acoperi convenabil cerințele impuse.

Pentru a putea avea o reprezentare care să elucideze de la prima vedere elementele ce urmează să fie reprezentate în situația lor specială, au fost extinse posibilitățile de reprezentare în axonometria ortogonală.

În acest sens s-au determinat un număr mai mare de sisteme ale axonometriei ortogonale cuprinse între cele două limite de reprezentare axonometrică posibilă și anume cînd planul axonometric este paralel cu planul diedrului și cînd este perpendicular pe acesta.

Au fost determinate în total 108 sisteme de axonometrie ortogonală cuprinzînd trimetria, dimetria și izometria.

La aceste sisteme au fost prevăzuți anterior multiplicatorii unghiulari pentru unghiurile axonometrice și determinați coeficienții de reducere pentru fiecare sistem în parte. În lucrare s-au determinat multiplicatorii unghiulari pentru reprezentarea în axonometrie a unghiurilor diferit de construcția lor geometrică dimensională clasică (o reprezentare unghiulară în axonometria ortogonală).

Studiul inițial s-a elaborat pentru variația proiecțiilor axonometrice unghiulare din planurile triedrului ortogonal cînd unghiurile au ca vîrf punctul de origine. S-a trecut în continuare la studiul variației proiecțiilor axonometrice unghiulare, din planurile triedrului ortogonal cînd unghiurile sînt dispuse oarecum

* Prezentată la sesiunea de comunicări științifice a cadrelor didactice din 21—22 XII. 1969 — I. P. Cluj.

în acest plan. De asemenea s-a studiat și cazul cînd unghiul iese parțial din planurile triedrului ortogonal. Pentru aceste cazuri s-a studiat variația proiecțiilor axonometrice unghiulare pentru unghiul cuprins între $0° - 180°$.

Soluționarea problemei s-a realizat prin determinarea relațiilor care leagă variația proiecțiilor axonometrice a unghiurilor din planurile triedrului ortogonal, cînd unghiurile au ca vîrf punctul de origine, cu unghiurile formate de axele axonometrice cu cele descriptive, unghiurile pe care le formează urmele planului axonometric cu axele triedrului ortogonal și cu proiecțiile acestora în planul axonometriei.

Pentru proiecțiile pe planurile *xoy*, *yoz* și *zox* s-au obținut relații similare care diferă prin permutări circulare a elementelor.

Se dau în continuare relațiile obținute pentru proiecțiile pe planul *xoy* al triedrului, după cum urmează:

$$\operatorname{tg} u_1 = L \cdot \operatorname{tg} u / M \operatorname{tg} u + N$$

unde:

$$L = \sin A_0,$$

$$M = \cos A \cos \alpha - \cos A_0,$$

$$N = \sin A \cos \alpha,$$

$$\cos A_0 = \frac{\cos A}{\cos \alpha},$$

$$\cos A = \cos (90° - u_m) = \sin u_m,$$

$$\operatorname{tg} u_m = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha},$$

și unde:

α și β sînt unghiurile formate de axele axonometrice cu cele descriptive,
A este ungiul dintre urma planului axonometric și axa triedrului ortogonal,
A – proiecția unghiului A în planul axonometric,
u – unghiul în planul triedrului ortogonal,
a_1 – proiecția unghiului în planul axonometric,
u_m – unghiul din planul triedrului ortogonal cînd $O_m \perp$ pe xy (fig. 1*a*-1*b*).

Relațiile pentru unghiul la centru sînt valabile și pentru cazul cînd unghiurile sînt dispuse oarecum în planele triedrului fig. 3.

De asemenea cînd unghiul iese parțial din planurile triedrului fig. 2.

Pe baza relațiilor pentru planele *xoy*, *yoz* și *zox* s-au reliazat diagrame cu variația multiplicatorilor unghiulari:

$$m = \frac{u_1}{u},$$ (fig. 4*a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, *i*)

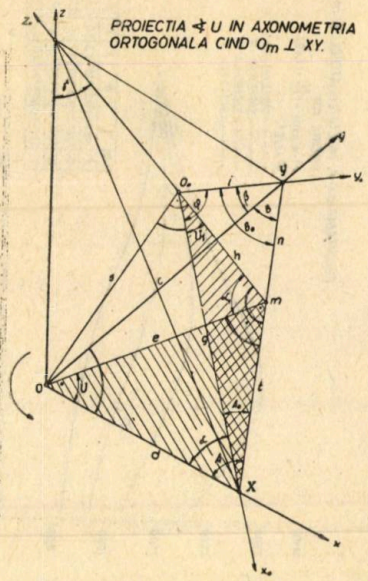


Fig. 1 *a*

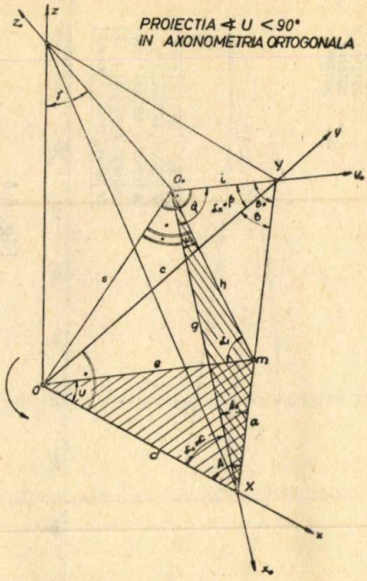


Fig. 1 *b*

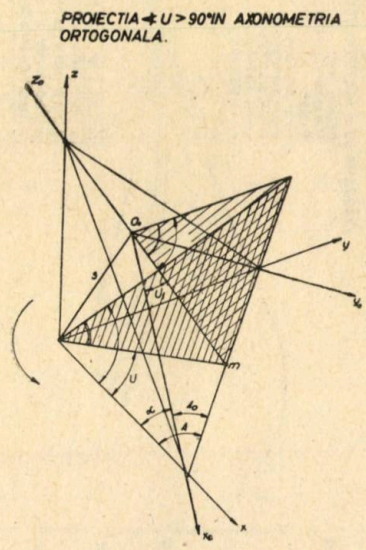


Fig. 2

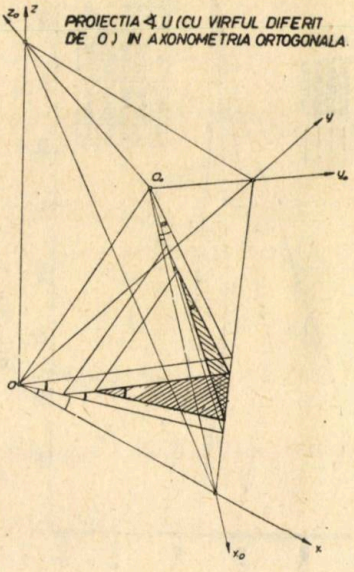
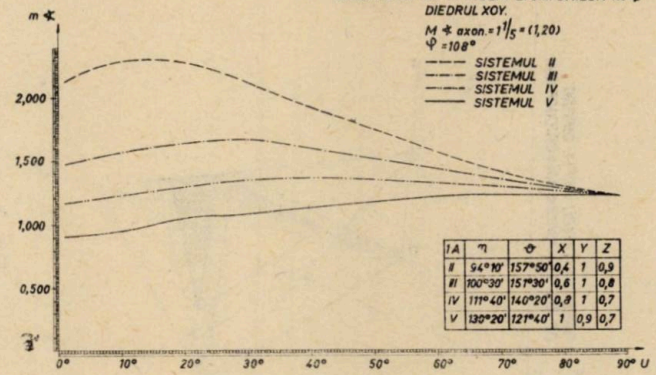
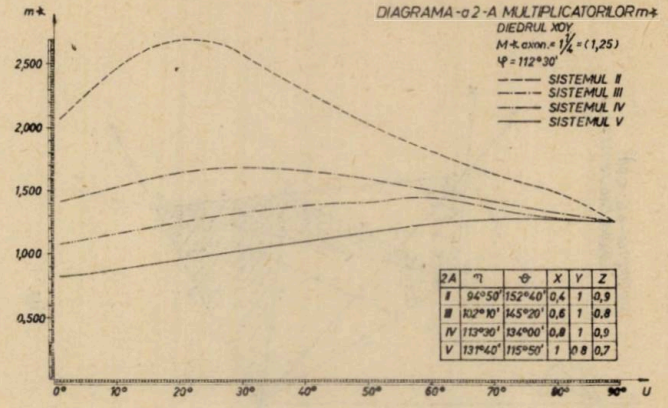


Fig. 3



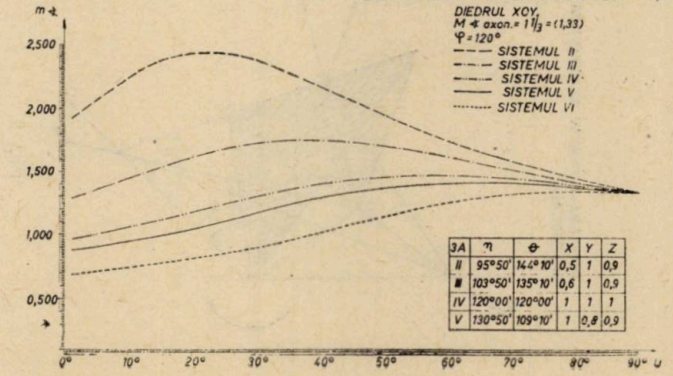
1A	η	θ	X	Y	Z
II	94°10'	157°50'	0,4	1	0,9
III	100°30'	157°30'	0,6	1	0,8
IV	111°40'	140°20'	0,8	1	0,7
V	130°20'	121°40'	1	0,9	0,7

Fig. 4 *a*



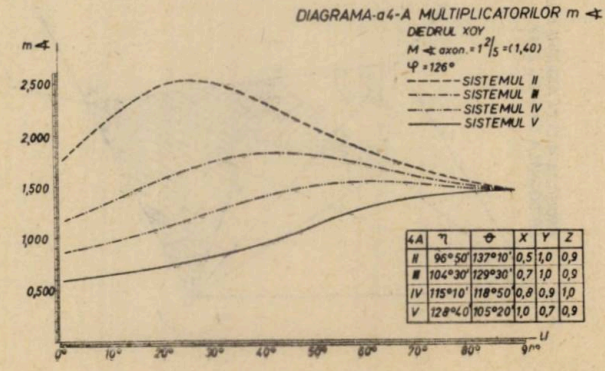
2A	η	θ	X	Y	Z
II	94°50'	152°40'	0,4	1	0,9
III	102°10'	145°20'	0,6	1	0,8
IV	113°30'	134°00'	0,8	1	0,9
V	131°40'	115°50'	1	0,8	0,7

Fig. 4 *b*



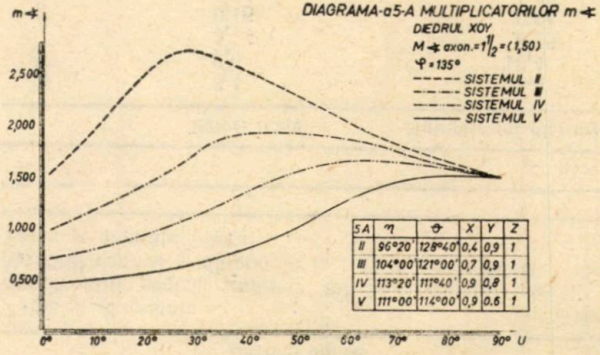
3A	η	θ	X	Y	Z
II	95°50'	144°10'	0,5	1	0,9
III	103°50'	135°10'	0,6	1	0,9
IV	120°00'	120°00'	1	1	1
V	130°50'	109°10'	1	0,8	0,9

Fig. 4 *c*



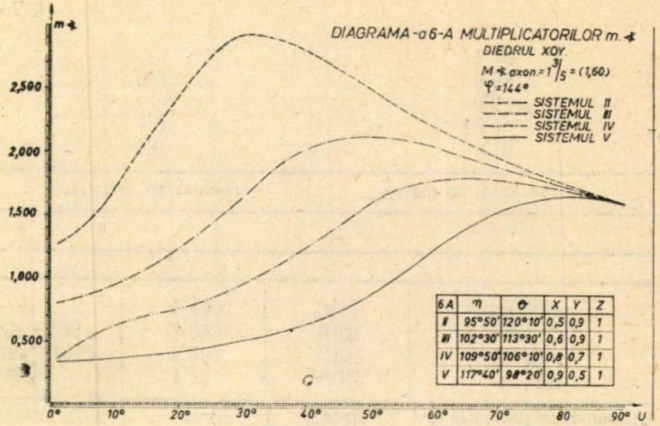
4A	η	θ	X	Y	Z
II	96°50'	137°10'	0,5	1,0	0,9
III	104°30'	129°30'	0,7	1,0	0,9
IV	115°10'	118°50'	0,8	0,9	1,0
V	128°40'	105°20'	1,0	0,7	0,9

Fig. 4 *d*



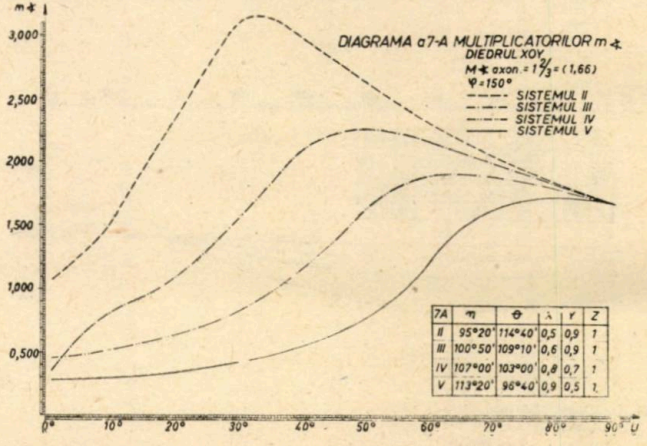
5A	η	ϑ	X	Y	Z
II	96°20'	128°40'	0,4	0,9	1
III	104°00'	121°00'	0,7	0,9	1
IV	113°20'	111°40'	0,9	0,8	1
V	111°00'	114°00'	0,9	0,6	1

Fig. 4 *e*



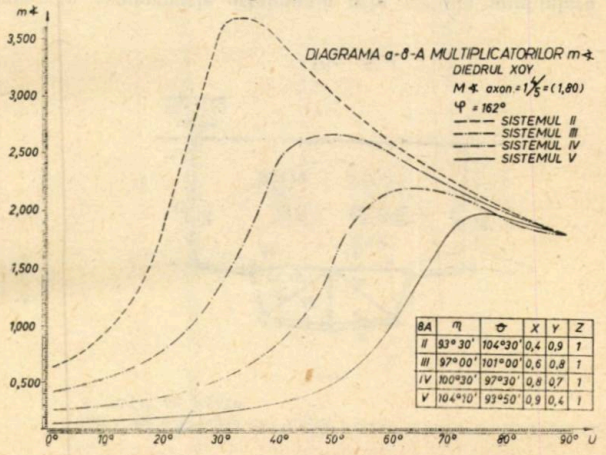
6A	η	ϑ	X	Y	Z
II	95°50'	120°10'	0,5	0,9	1
III	102°30'	113°30'	0,6	0,9	1
IV	109°50'	106°10'	0,8	0,7	1
V	117°40'	98°20'	0,9	0,5	1

Fig. 4 *f*



7A	η	ϑ	X	Y	Z
II	95°20'	114°40'	0,5	0,9	1
III	100°50'	109°10'	0,6	0,9	1
IV	107°00'	103°00'	0,8	0,7	1
V	113°20'	96°40'	0,9	0,5	1

Fig. 4 g



8A	η	ϑ	X	Y	Z
II	93°30'	104°30'	0,4	0,9	1
III	97°00'	101°00'	0,6	0,8	1
IV	100°30'	97°30'	0,8	0,7	1
V	104°10'	93°50'	0,9	0,4	1

Fig. 4 *h*

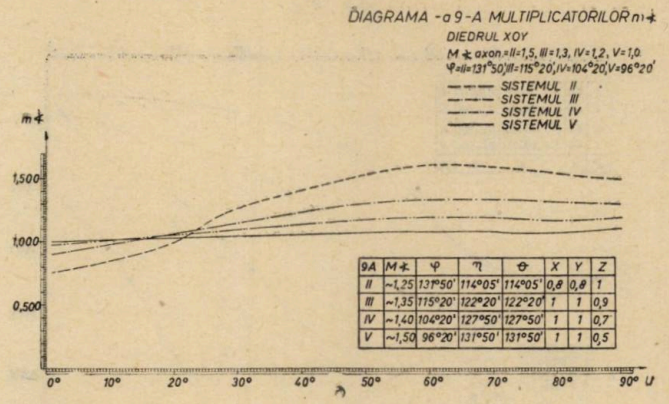


Fig. 4 *i*

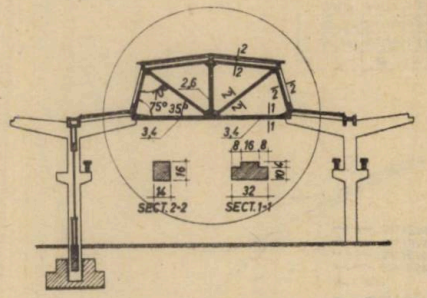


Fig. 5 *a*

Ferma cu zăbrele prefabricată. Calculul valorilor pentru reprezentarea în axonometrie ortogonală prin metoda unghiulară

Unghiul dintre	∢ în diedrul *XOY*	*m* ∢	Tabela	∢ în planul axonometric
Talpa şi diagonala	35°	1,76	3AIII	61°36′
Suplimentul pentru unghiul talpă şi montant lateral	180°−75°=105°	1,20	3BIII	126°00′
Montant central şi diagonala la care se adaugă 90°	55°+90°=145°	1,02	3BIII	147°54′
Talpa şi montant lateral	75°	1,44	3AIII	108°00′

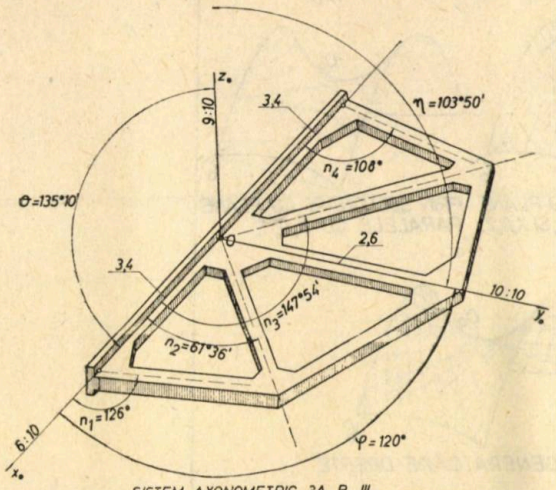
Coordonate

	Valori reale	Multiplicator dimensiuni=4	Coeficient de reducere	Valori de reprezentare
X	3,4	13,6	0,6	8,16
Y	2,6	10,4	1,0	10,4
	0,14	0,56		0,5
Z	0,16	0,64	0,9	0,58
	0,32	1,28		1,16

Fig. 5 *b*

În felul acesta cunoscînd coeficienții de reducere pe axe și multiplicatorii unghiulari pentru unghiul de reprezentare într-unul din sistemele alese, se pot introduce și unghiuri în desen și se pot obține din desene valorile reale, fapt ce aduce o îmbunătățire înre prezentările axonometrice executate pînă în prezent.

FERMA CU ZABRELE PREFABRICATA DIN BETON ARMAT REPREZENTARE IN AXONOMETRIA ORTOGONALA PRIN METODA UNGHIULARA. (PROIECTIE PARALELA CU XOY.)



SISTEM AXONOMETRIC 3A, B, III.
VALORILE A PENTRU ∢ DIN DIEDRU INTRE 0° - 90°
VALORILE B PENTRU ∢ DIN DIEDRU INTRE 90° -180°

Fig. 5 c

în acest sens se arată în figura *5a*, *5b*, *5c*, reprezentarea unui element de construcții, ale cărui părți componente se intersectează și este prezentat într-un sistem de axonometrie ortogonală stabilit pentru care s-au determinat anterior coeficienții de reducere pe axe a lungimilor și multiplicatorii unghiurilor proiectate.

La elementele și intersecțiile lor atunci cînd ele sînt alcătuite din suprafețe curbe, unde nu există muchii de adîncime, reprezentarea conturului nu elucidează obiectul pentru a putea fi recunoscut și analizat ca formă, dimensiuni și aspect.

Pentru soluționare, în lucrarea de față s-au studiat mai multe posibilități.

S-a luat ca exemplu reprezentarea paraboloizilor hiperbolici, care survin destul de des în componența elementelor construcțiilor moderne.

În acest scop s-a studiat reprezentarea lor prin:

1. Secționare cu plane paralele cu $y_0O_0z_0$.
2. Secționare cu plane paralele cu $x_0O_0z_0$.

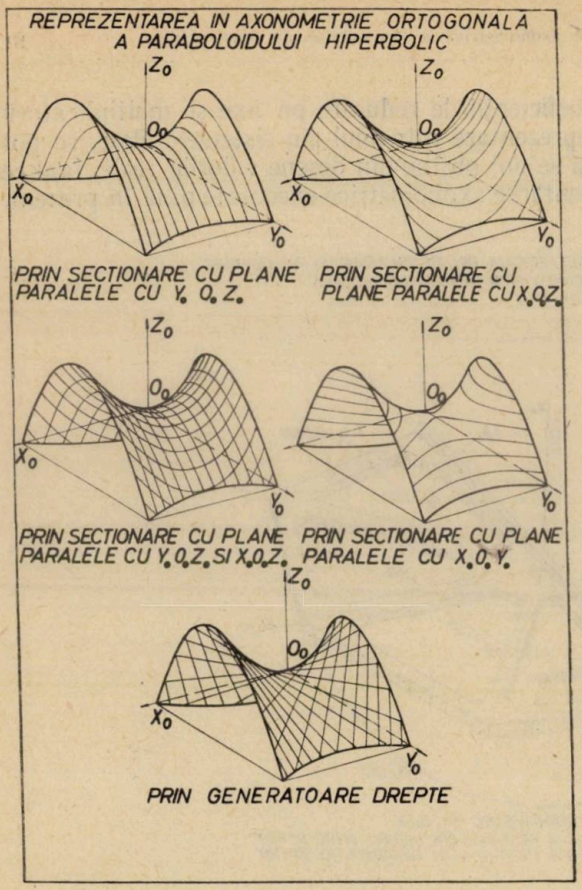

REPREZENTAREA IN AXONOMETRIE ORTOGONALA
A PARABOLOIDULUI HIPERBOLIC
PRIN SECTIONARE CU PLANE PARALELE CU Y. O. Z.
PRIN SECTIONARE CU PLANE PARALELE CU X. O. Z.
PRIN SECTIONARE CU PLANE PARALELE CU Y. O. Z. SI X. O. Z.
PRIN SECTIONARE CU PLANE PARALELE CU X. O. Y.
PRIN GENERATOARE DREPTE

Fig. 6

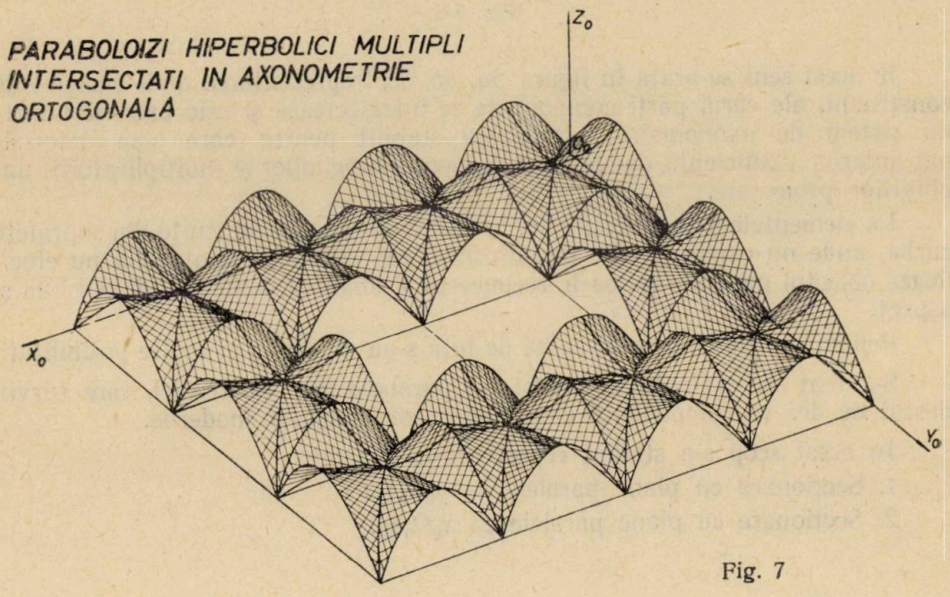

PARABOLOIZI HIPERBOLICI MULTIPLI
INTERSECTATI IN AXONOMETRIE
ORTOGONALA

Fig. 7

3. Secționare cu plane paralele cu $y_0O_0z_0$ și $x_0O_0y_0$.
4. Secționare cu plane paralele cu $x_0O_0y_0$.
5. Construirea lor cu ajutorul generatoarelor drepte (fig. 6).

Toate aceste metode cu toate că parțial sînt arătate în literatură, nu sînt însă utilizate în mod eficient pentru a reda simplu și explicit obiectul.

Utilizînd unul din sistemele axonometrice stabilite anterior și adecvate cazului concret de reprezentare precum și una din metodele de reprezentare ale paraboloizilor hiperbolici arătate mai sus, se pot obține intersecțiile acestora cu claritatea dorită, care să ne poată reda concret și exact aspectul real al lor.

Se dă în continuare reprezentarea în axonometria ortogonală, a unor paraboloizi hiperbolici multiplu intersectați, care realizează acoperișul unei construcții fig. 7.

Prin metodele utilizate, pe lîngă claritatea în înfățișare, obținută în reprezentarea axonometriei ortogonale se realizează o sinteză spațială vizual estetică, totodată se deschid noi probleme de cercetări științifice.

Lucrarea reliefează importanța reprezentărilor prin desen a elementelor de construcții cu ponderea criteriului simplu și estetic.

МЕТОД АКСОНОМЕТРИЧЕСКОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ ЧАСТЕЙ ЗДАНИЙ

(РЕЗЮМЕ)

Показанна целесообразность аксонометрического изображения, способ расширения аксонометрических систем угольных аксонометрических множителей и метод изображения угольной аксонометрии на примере части сборного перекрытья.

Далее дается систематизация изображения гиперболоических параболоидов на примере сложного перекрытья.

MÈTHODE DE REPRÈSENTATION AXONOMÉTRIQUE DES ÉLÉMENTS DE CONSTRUCTIONS

(RÉSUMÉ)

On montré l'utilite de la représentation en axonométrie, le procédé de l'extension des systèmes axonometriques par les multiplicateurs pour angles axonométriques et la méthode de la réalisation de l'axonometrie angulaire en exemplifiant sur un élément préfabrique d'un toit.

Ensuite on donne une systematisation pour la représentation de paraboloïdes hyperboliques en exemplifiant pour un toit composé.

PROIECTAREA STRUCTURILOR LA GREUTATE MINIMĂ PRIN PROGRAMARE GEOMETRICĂ *

DE

A. SESAN, G. BOTEZ

1. INTRODUCERE

Se afirmă în [4] că, pentru o structură de elemente l_i, $i=1, 2\ldots, n$, şi încărcări S_K, $K=1, 2, \ldots, p$, diferenţa dintre greutăţile minime obţinute în ipotezele

$$G=\sum_{i=1}^{n} l_i M_i, \tag{1}$$

$$M_i \geqslant 0, \quad i=1, 2, \ldots, n,$$

funcţie de greutate liniară în momentele plastice capabile M_i, şi

$$G=\sum_{i=1}^{n} l_i M_i, \tag{2}$$

$$M_i \geqslant 0, \quad i=1, 2, \ldots, n,$$

funcţie de greutate liniară în puterile, M_i^a, ale momentelor plastice capabile, este destul de mică.

Aceasta justifică, conchide autorul, folosirea ipotezei simplificatoare (1) în scopurile practice.

Restricţiile care apar în formularea problemelor exprimă condiţiile de echilibru ale mecanismelor posibile de cedare,

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ji} M_i \geqslant \sum_{K=1}^{p} \delta_{jK} S_K, \quad j=1, 2, \ldots, m, \tag{3}$$

unde

$$a_{ji}=\sum_{K=1}^{p} a_{ji}^K,$$

---

* Prezentată la sesiunea ştiinţifică a cadrelor didactice din I.P.T. — mai 1968.

a_{jl}^{K} fiind coeficientul rotirii din punctul K, în mecanismul j, corespunzător momentului plastic capabil M_l.

δ_{jK} este deplasarea pe direcţia forţei S_K în mecanismul j. Pentru cazul $n=2$, inegalităţile (3) formează un poligon, al soluţiilor admisibile, convex în raport cu originea.

Soluţia de greutate maximă este un vîrf al regiunii admisibile din fig. 1, aflat la intersecţia a două laturi poligonale, corespunzînd la două mecanisme posibile de cedare (3). Prin vîrful-soluţie optimă trece şi tangenta la curba convexă (2), fie ea

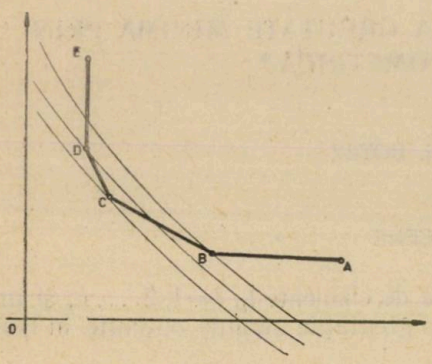


Fig. 1

$$M_1 \frac{\partial G}{\partial M_1} + M_2 \frac{\partial G}{\partial M_2} = \text{const.}, \qquad (4)$$

derivatele $\frac{\partial G}{\partial M_1} = l_1 M_1^{\alpha-1}$ şi $\frac{\partial G}{\partial M_2} = l_2 M_2^{\alpha-1}$ fiind calculate în punctul considerat.

Pentru orice mecanism posibil de cedare, echilibrul dintre lucrul mecanic al încărcărilor date şi energia disipată în articulaţiile de cîmp este dat de

$$a_{j1}M_1 + a_{j2}M_2 = \sum_{K=1}^{p} \delta_{jK} S_K, \quad j = 1,2,\ldots,m. \qquad (5)$$

Mecanismul de cedare la greutate minimă coincide, geometric, cu tangenta (4), aşa încît coeficienţii momentelor plastice capabile din (5) sînt proporţionali cu coeficienţii aceloraşi momente din ecuaţia tangentei:

$$a_{j1} : a_{j2} = l_1 M_1^{\alpha-1} : l_2 M_2^{\alpha-1}. \qquad (6)$$

Comparînd regiunile formate din cîte două mecanisme posibile de cedare (3), respectiv mărimile funcţiei de greutate (2), se obţine deci valoarea minimă a greutăţii structurii.

Deşi analog din punct de vedere geometric, cazul $n > 2$ este practic inabordabil.

Se impune deci perfecţionarea modelului de programare liniară (1)–(3), stabilit de Foulkes [2], prin programarea geometrică.

2. PROGRAMAREA GEOMETRICĂ ŞI PROIECTAREA OPTIMĂ A STRUCTURILOR

Să presupunem, mai general, că funcţia de greutate a unei structuri date are forma

$$G = \sum_{i=1}^{n} l_i M_i^{\alpha_i}, \qquad (7)$$

$$M_i \geqslant 0, \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

în care

$$0 \leqslant \alpha_i \leqslant 1, \quad i = 1, 2, \ldots, n.$$

Pentru a întregi modelul de programare geometrică al problemei de proiectare la greutate minimă a structurilor, mai scriem (3),

$$G_j = \frac{\sum_{K=1}^{p} \delta_{jK} S_K}{a_{jn}} M_n^{-1} - \sum_{i=1}^{n-1} a_{ji} M_i M_n^{-1} \leqslant 1, \quad j = 1, 2, \ldots, m \tag{8}$$

sau, notînd,

$$C_{ji} = \begin{cases} \dfrac{\sum_{K=1}^{p} \delta_{jK} S_K}{a_{jn}}, & i = n \\ a_{ji}, & i = 1, 2, \ldots, n-1 \end{cases}; \quad j = 1, 2, \ldots, m \tag{9}$$

$$d_{ji} = \begin{cases} 0, & i = n \\ 1, & i = 1, 2, \ldots, n-1; \quad j = 1, 2, \ldots, m, \end{cases}$$

restrîngem (8) la

$$G_j = \sum_{i=1}^{n} C_{ji} M_i^{d_{ji}} M_n^{-1} \leqslant 1, \quad j = 1, 2, \ldots, m. \tag{10}$$

Problema duală asociată revendică maximizarea funcţiei

$$v(t) = \left[\prod_{i=1}^{n} \left(\frac{l_i}{t_i} \right)^{t_i} \right] \cdot \left[\prod_{j=1}^{m} \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{C_{ji}}{t_i} \right)^{t_i} \right] \cdot \prod_{j=1}^{m} \lambda_j (t)^{\lambda_j (t)}, \tag{11}$$

$$t_i \geqslant 0, \quad i = 1, 2, \ldots, N,$$

N fiind numărul total al coeficienţilor nenuli din (7) şi (10).

În formula (11) avem

$$\lambda_j (t) = \sum_{r \in J[j]} t_r. \quad j = 1, 2, \ldots, m, \tag{12}$$

cu

$$J[j] = \{m_j, \ m_j + 1, \ m_j + 2, \ldots, \ n_j\}, \quad j = 1, 2, \ldots, m \tag{13}$$

şi

$$m_1 = n + 1, \ m_2 = n_1 + 1 \ldots, \ n_m = N. \tag{14}$$

Restricţiile problemei duale sînt

$$\sum_{i=1}^{n} t_i = 1, \tag{15}$$

o condiţie de normalitate, şi

$$\alpha_i t_i + \sum_{j=1}^{m} \sum_{r \in J[j]} d_{ri} t_r = 0, \quad i = 1, 2, \ldots, n-1 \tag{16}$$

$$\alpha_n t_1 - \sum_{r \in J[j]} t_r = 0 \quad , \quad i = n,$$

condiţii de ortogonalitate.

Dacă $\bar{t}(\bar{t}_1, \bar{t}_2, \ldots, \bar{t}_N)$ este un punct de maximizare pentru problema duală, soluţia $G(\overline{M}_1^{a_1}, \overline{M}_2^{a_2}, \ldots, \overline{M}_n^{a_n})$ a problemei primale satisface, conform primei teoreme de dualitate a programării geometrice, sistemul de ecuaţii

$$l_i \overline{M}_i^{d_i} = \bar{t}_i \cdot v(\bar{t}), \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$C_{ji} \overline{M}_i^{d_{ji}} \overline{M}_n^{-1} \frac{\bar{t}_i}{\lambda_j(\bar{t})}, \quad i \in J[j], \; j = 1, 2, \ldots, m.$$

3. EXEMPLU

Fie cadrul din fig. 2, de dimensiuni şi încărcări date.

Determinatea secţiunilor optime ale elementelor structurii de greutate minimă revine la minimizarea funcţiei

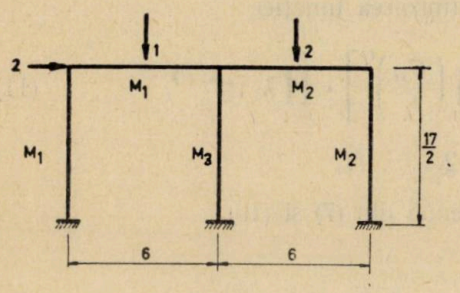


Fig. 2

$$G = \frac{29}{2} M_1^{\frac{2}{3}} + \frac{29}{2} M_2^{\frac{2}{3}} + \frac{17}{2} M_3^{\frac{2}{3}},$$

$$M_i \geqslant 0, \; i = 1, 2, 3$$

supusă la inegalităţile de mecanism

$$\begin{aligned} 4M_1 &\geqslant 3 \\ 4M_2 &\geqslant 6 \\ 2M_1 + 2M_2 + 2M_3 &\geqslant 17 \\ 2M_1 + M_2 + M_3 &\geqslant 10 \\ 3M_1 + 3M_2 + M_3 &\geqslant 17 \end{aligned} \tag{17}$$

S-a luat în consideraţie un exponent $\alpha = \frac{2}{3}$, comun tuturor barelor structurii.

Operaţii algebrice simple ne conduc la un sistem de restricţii neliniare, de forma (10),

$$\begin{aligned} \tfrac{3}{4} M_1^{-1} &\leqslant 1 \\ \tfrac{3}{2} M_2^{-1} &\leqslant 1 \\ -M_1^1 M_3^{-1} - M_2^1 \cdot M_3^{-1} + \tfrac{17}{2} M_3^{-1} &\leqslant 1 \\ -2M_1^1 M_3^{-1} - M_2^1 \cdot M_3^{-1} + 10 M_3^{-1} &\leqslant 1 \\ -3M_1^1 \cdot M_3^{-1} - 3M_2^1 \cdot M_3^{-1} + 17 M_3^{-1} &\leqslant 1 \end{aligned} \tag{18}$$

Procedura sistematică de rezolvare a problemelor de programare geometrică ne conduce la problema duală:

Să se maximizeze funcția

$$v(t)=\left(\frac{29}{2t_1}\right)^{t_1}\cdot\left(\frac{29}{2t_2}\right)^{t_2}\cdot\left(\frac{17}{2t_3}\right)^{t_3}\cdot\left(\frac{3}{4t_4}\right)^{t_4}\cdot\left(\frac{3}{2t_5}\right)^{t_5}\cdot\left(\frac{17}{2t_6}\right)^{t_6}\cdot\left(\frac{-1}{t_7}\right)^{t_7}\left(\frac{-1}{t_8}\right)^{t_8}\cdot\left(\frac{10}{t_9}\right)^{t_9}\cdot$$

$$\cdot\left(\frac{-1}{t_{10}}\right)^{t_{10}}\cdot\left(\frac{-2}{t_{11}}\right)^{t_{11}}\cdot\left(\frac{17}{t_{12}}\right)^{t_{12}}\cdot\left(\frac{-3}{t_{13}}\right)^{t_{13}}\cdot\left(\frac{-3}{t_{14}}\right)^{t_{14}}\cdot t_4^{t_4}\cdot t_5^{t_5}\cdot(t_6+t_7+t_8)^{t_6+t_7+t_8}\cdot$$

$$\cdot(t_9+t_{10}+t_{11})^{t_9+t_{10}+t_{11}}\cdot(t_{12}+t_{13}+t_{14})^{t_{12}+t_{13}+t_{14}},\quad t_i\geqslant 0,\ i=1,2,\ldots,14, \tag{19}$$

supusă la condiția de normalitate

$$t_1+t_2+t_3=1 \tag{20}$$

și la condițiile de ortogonalitate

$$\begin{aligned}
&\tfrac{2}{3}t_1-t_4 \qquad +t_6 \qquad +t_9 \qquad +t_{12} \qquad =0\\
&\tfrac{2}{3}t_1 \qquad -t_5 \qquad +t_7 \qquad +t_{10} \qquad +t_{13} \qquad =0\\
&\tfrac{2}{3}t_1 \qquad -t_6-t_7-t_8-t_9-t_{10}-t_{11}-t_{12}-t_{13}-t_{14}=0
\end{aligned} \tag{21}$$

Să diagonalizăm, prin transformări elementare, matricea exponenților

$$\left[\begin{array}{cccccccccccccc}
\frac{2}{3} & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\
\frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0\\
\frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1
\end{array}\right]\rightarrow \tag{21'}$$

$$\left[\begin{array}{cccccccccccccc}
-\frac{2}{3} & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0\\
-\frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0\\
-\frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1
\end{array}\right]\rightarrow \tag{21''}$$

$$\left[\begin{array}{cccccccccccccc}
1 & 0 & 0 & -\frac{2}{3} & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0\\
0 & 1 & 0 & -\frac{2}{3} & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0\\
0 & 0 & 1 & -\frac{2}{3} & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1
\end{array}\right] \tag{22}$$

Apoi luăm submatricea neunitară, cu semn schimbat, şi anexăm la baza ei o matrice unitară de dimensiuni corespunzătoare:

$$\begin{bmatrix}
\frac{2}{3} & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
\frac{2}{3} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
\frac{2}{3} & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix} \tag{23}$$

Este clar, din construcţie, că fiecare vector-coloană al ultimei matrice este ortogonal pe toţi vectorii-coloană din matricea transpusă lui (22). Totuşi, ordonarea componentelor lor nu concordă cu aceea din matricea transpusă lui (21″). Aceasta pentru că vectorii-coloană 1, 2, 3 şi 4, 5, 8 s-au interschimbat, în trecerea de la (21″) la (22).

Urmează deci să efectuăm mutaţii corespunzătoare în (22) şi (23), pentru a obţine

$$\begin{bmatrix}
-\frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 \\
-1 & 0 & 1 \\
0 & -1 & 1 \\
0 & 0 & 1 \\
-1 & 0 & 1 \\
0 & -1 & 1 \\
0 & 0 & 1 \\
-1 & 0 & 1 \\
0 & -1 & 1 \\
0 & 0 & 1
\end{bmatrix} \tag{24}$$

și

$$\begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{2}{3} & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
\frac{2}{3} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{2}{3} & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix} \tag{25}$$

Vectorii-coloană din (25) sînt, în mod necesar, ortogonali pe vectorii-coloană din (24). Primul vector-coloană din (25) este tocmai

$$b^{(0)} = \begin{bmatrix}
1 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{2}{3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0
\end{bmatrix} \tag{26}$$

care satisface condiția de normalitate.

Matricea $b^{(1)}$ se obține adunînd primele trei componente din fiecare vector-coloană rămas în (25) și scăzînd, din ei, produsul acestor sume prin $b^{(0)}$

$$b^{(1)}=\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2}{3} & 1 & 0 & -\frac{2}{3} & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{2}{3} & 0 & 1 & -\frac{2}{3} & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2}{3} & -1 & -1 & -\frac{2}{3} & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{27}$$

Soluția generală a condițiilor (20) – (21),

$$t=b^{(0)}+rb^{(1)} \tag{28}$$

are următoarele componente:

$$\begin{aligned} t_1&=1-2r \\ t_2&=r \\ t_3&=r \\ t_4&=\frac{2}{3}-\frac{5}{3}r \\ t_5&=\frac{2}{3}-\frac{5}{3}r \\ t_6&=r \\ t_7&=r \\ t_8&=\frac{2}{3}-\frac{28}{3}r \\ t_9&=t_{10}=t_{11}=t_{12}=t_{13}=t_{14}=r. \end{aligned} \tag{29}$$

Îndeplinirea condițiilor de nenegativitate ne impune următoarea restricție pentru r:

$$0 \leqslant r \leqslant \frac{1}{14}. \tag{30}$$

Înlocuind valorile 0, $\frac{1}{21}$, $\frac{1}{18}$ ale lui r în (29), putem calcula valorile corespunzătoare ale funcției duale.

Calculăm de asemenea, pentru cîteva valori de trial ale momentelor plastice capabile, ce satisfac restricțiile primale (17), valorile funcției de greutate G.

Găsim astfel [1], pe baza teoremelor de dualitate,

$$95{,}5 \leqslant \min. G \leqslant 105{,}2$$

interval ce conține valoarea optimă 97,7, obținută pentru modelul de programare liniară.

4. CONCLUZII

Erorile de calcul ale problemelor de programare goemetrică sînt mici, de pînă la 5%.

Mai mult, faptul că (3) reprezintă un sistem de inegalități liniare simplifică mult modelul lor primal. Dar numărul mare de restricții sporește excesiv dimensiunile problemelor duale, devenite astfe, inaccesibile pentru studiul structurilor complexe reale.

Prezentat la redacție în 15. VII. 1968.

BIBLIOGRAFIE

1. Duffin R. J., Peterson E. L., Zener C., Geometric Programming, John Willey & Sons, Inc. New York, London, Sydney, 1967.
2. Foulkes J., Quarterly of Applied Mathematics, vol. 10, p. 347, 1953.
3. Mihoc Gh., Nădejde I. *Programarea matematică. Programarea parametrică și neliniară.* Ed. Științifică, București, 1966.
4. Prager W., Journal of the Engineering Mechanics Division. Proc. Oct., 1956.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРУКТУР ПРИ МИНИМАЛЬНОМ ВЕСЕ ПУТЁМ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ПРОГРАМИРОВАНИЯ

(РЕЗЮМЕ)

Статья посвящена проектированию структур при минимальном весе, которое считается вопросом операционного исследования первостепенного теоретического и экономического значения.

Сопоставляется уже классическая модель по линейному программированию с усовершенствованной моделью геометрического программиро-

вания, которая основывается на гипотезе, что единый вес одного структурального элемента пропорционален с экспонентом α его способного пластического момента, $0<\alpha<1$.

Рассматривается на примере систематический метод работы.

THE MINIMUM WEIGHT STRUCTURAL DESIGN MEANS OF GEOMETRICAL PROGRAMMING

(ABSTRACT)

The paper deals with the minimum weight design of structures, considered as an operational research problem with special theoretical and economical importance.

The already clasic model of linear programming is compared with the improved model of geometrical programming, wich is bazed on the assumption that the unit member weight is proportional with the power α of its full plastic moment, $0 <\alpha< 1$.

The systematic procedure is illustrated by an detailed example.

DIE BERECHNUNG DER BETONZUSAMMENSETZUNG AUF PHYSIKALISCHEN GRUNDLAGEN

VON

SRDAN TURK, Ljubljana, Jugoslavia

1. EINLEITUNG

Für die Qualität der Beton- und Stahlbetonbauten ist die Betondruckfestigkeit im Alter von 28 Tagen von besonderer Bedeutung.

Diese verlangte Betondruckfestigkeit wird durch empirisches Bestimmen des Aufbaus des Betons erreicht, wobei aus verschiedenen Betonmischungen Prüfkörper hergestellt werden.. Man entscheidet sich dann für diejenige Mischung die am besten entspricht. Die Entscheidung erfolgt jedoch erst nach 28 Tagen nach der Prüfkörperherstellung. Die Bestimmung der Betondruckfestigkeit auf Prüfkörper die die 28 Tagesgrenze noch nicht erreichten ist unverlässlich.

Deshalb entschieden sich schon viele Fachleute für die Bestimmung der Betonzusammensetzung auf mathematischer Grundlage, wobei die Eigenschaften der Zuschlagstoffe, des Zements und eventueller Zusätze berücksichtigt werden.

Der Verfasser interessierte sich auch für diese Probleme. Zum Unterschied von anderen Arbeiten möchte er Rechnungsverfahren auf physikalischen Grundlagen bestimmen. (Also nicht einfach auf Grund von mathematischen Funktionen, welche nur mit genügender Genauigkeit verschiedene Abhängigkeiten umschreiben, sonst aber ganz beliebig bleiben).

Die physikalischen Grundlagen seiner Arbeit bilden dadurch ein bedeutendes Kriterium für das Verständnis des Bruchmechanismus : Falls die theoretischen und experimentellen Werte übereinstimmen würden, könnte dieser Umstand als ein Beweis für die Richtigkeit der physikalischen Grundlagen gewertet werden.

Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in Hinsicht auf die experimentelle Bestätigung befriedigend. Es ist folglich richtig diese Resultate bekannt zu machen. Von praktischem Gesichtspunkt aus ist es aber wichtig eine einfache Methode zu finden. (Die Rechnungen dauern nicht mehr als eine halbe Stunde [1], [2]).

Wir wollen besonders betonen, dass in der aktuellen Fachliteratur über die Bestimmung der Betonzusammentsetzung, der Betonkonsistenz zu wenig Beachtung geschenkt wird. Da bei der Ermittlung des Stoffbedarfs für die Betonmischung zwei Verhältnisse (in Gewichtsteilen) bestimmt werden müssen und zwar w der Wasserzement-Sollwert und r der Radikalismus der Mischung Zement/Zuschlagstoffe, benötigen wir zur Lösung dieses Problems zwei Bedingungen. Falls nur die Betonfestigkeit bekannt ist, kann das Problem nicht gelöst werden. Deshalb wurde in der vorliegenden Arbeit die Betonkonsistenz eingeführt. Die Betonfestigkeit wird von dem Statiker, die Konsistenz von dem Bauleiter vorgeschrieben. Letztere muss den entsprechenden Schutz der Stahlbewehrung sichern und die Herstellung von komplizierten Betonquerschnitten ermöglichen.

Deshalb werden in der vorliegenden Arbeit die Betongüteklasse M (kg/cm²) und Betonkonsistenz, gekennzeichnet durch das Konsistenzmodul K (mit den Werten = 1,00...2,00 für steifen bis flüssigen Beton), verwendet. Die Unbekannten des Problems sind: der Zementbedarf C (kg/m³), der Zuschlagstoffbedarf G (kg/m³) und der Wasserbedarf W(kg/m³). Beim Übergang von den Verhältnissen w und r zu den einzelnen Stoffmengen (C, G, W) müssen wir den zwei Bedingungen (M, K) noch eine dritte hinzufügen und zwar muss die Summe von C, G und W gleich sein mit dem Gewicht von 1 m³ Beton. Dadurch dass wir jetzt über drei Unbekannte und drei Bedingungen verfügen, ist das Problem eindeutig lösbar.

Betreffs der Betongüteklasse ist zu erwähnen, dass diese nach verschiedenen Vorschriften bestimmt werden kann. Zu diesem Zweck können Prüfkörper in Form von Würfeln oder Zylinder verwendet werden, wobei eine entsprechende Nachbehandlung des Betons vorausgesetzt wird. Die Betongüteklasse M wird von dem Verhältniss bestimmt:

$$M = \frac{P}{F_l} \quad \text{kg/cm}^2 \qquad (\text{kg} - \text{kg Kraft}) \qquad (1)$$

in welchem:

P – Bruchkraft, in kg,
F_l – Bruchfläche, in cm².

Da die klassische Konsistenzdefinition unseren Zwecken nicht entspricht (Setzmass, Ausbreitmass, Eindringmass usw). wude eine neue Definition eingeführt und zwar betrachten wir als Konsistenzmodul K die beim Stampfen von 1 m³ Beton verwendete Normalarbeit. Zu diesem Zweck führen wir eine empirische Formel ein, die aber im Kapitel III physikalisch begründet wird

$$K = \sqrt{\frac{9000}{D}}. \qquad (2)$$

Zur Ermittlung der geleisteten Normalarbeit benötigt man eine Normalform (Kantenlänge von 20 cm) die bei der Herstellung von Prüfkörper zur Bestimmung der Würfeldruckfestigkeit, verwendet wird. Diese Normalform wird bis zu einer Höhe von 15 cm mit Beton gefüllt. Vom Rande der Form wird ein Normalstampfer (12 kg) herabgelassen, wobei die geleistete Arbeit bei jedem

Fall ausgerechnet wird. Dann wird das Arbeitsdiagramm Arbeit – Stampftiefe „h" gezeichnet und die Fläche F_1 zwischen der Abszisse und der Grundlinie $h=h_{max}$ (in m) ausgemessen. Die Normalarbeit D_1 für dieses Betonvolumen $V_1=0{,}0400$ m³ ($h_{max}=0{,}15$) wird dann durch die Formel ausgedrückt: $D_1=3F_1/h_{max}$ wobei das Arbeitsdiagramm einer Parabel angenähert wird (Bild 1). Die Normalarbeit die für 1 m³ Beton geleistet wird, ist dann $D=D_1/V_1$. Dieser Wert ist sowohl für die Ermittlung der Betonzusammensetzung als auch für die Kostenberechunug von Bedeutung. Zum Beispiel: 1000 mkg kosteten im Jahre 1960 ungefähr 1 Ndin (beim Einbringen des Betons durch Rütteln). – Im Kapitel 3 wird gezeigt, dass das Konsistenzmodul K nicht nur eine praktische Zahl sondern auch ein wichtiges Verhältniss $K=x_p/x_0$ ist, wobei x_p die mittlere Dicke des Wasserfilmes auf den Zuschlagstoffkörnern ist und x_0 bei steifem Beton mit $K=1$ den Wert von 0,0065 mm besitzt. Zur Übersicht dient die Tabelle von Bild 2.

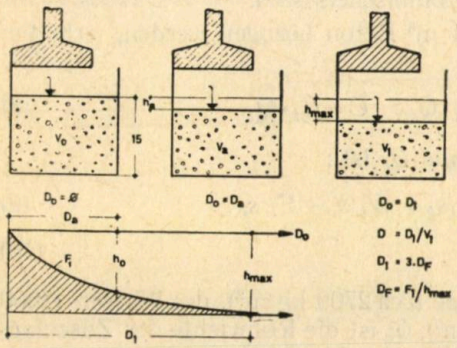
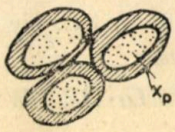


Bild 1



$$K=\frac{x_p}{x_0}\sqrt{\frac{9000}{D}}$$

$x_0=0{,}0065$ mm

BETON:	$x_p=K\cdot x_0$
Halbtrocken	$K=1{,}0$ 1,2
Feucht	$K=1{,}2$ 1,4
Plastisch	$K=1{,}3$ 1,6
Weich	$K=1{,}6$ 1,8
Flüssig	$K=1{,}8$ 2,0

Bild 2

Später konnte der Verfasser [3] das Konsistenzmodul einfacher bestimmen. Zu diesem Zweck muss die Rohwichte des leicht gerüttelten Betons s_m bekannt sein. Es gilt die Gleichung:

$$K\doteq 2{,}2-2\cdot U;\quad U=s_b/s_m-1;\quad 1\leqslant K\leqslant 2 \qquad \text{(3 a b c)}$$

wobei s_b die Rohwichte des festgestampften Betons ist

$$s_b=G+W+C \quad (G,\ W \text{ und } C \text{ aus der Gleichung 8}) \qquad (4)$$

Den Wert s_m erhalten wir durch die Bestimmung des Gewichts B der Normalform (Würfel 20×20×20 cm) in die eine lose geschüttete Betonmischung eingebracht wurde:

$$s_m=125\cdot B \quad (B\ldots\text{kg};\quad s_m\ldots\text{kg/m}^3), \qquad (5)$$

Werden diese Werte in die Gleichung (2) eingeführt, erhält man die Beziehung zwischen dem neueingeführten Wert U und der normalen Einbauarbeit D:

$$D\doteq 9000/(2{,}2-2\cdot U)^2;\quad 0{,}1<U<0{,}6. \qquad (6)$$

Dieser neueingeführte Wert U wird als Setzungsmass bezeichnet.

ERGÄNZUNG

Um den praktischen Wert dieser Arbeit zu betonen, wiedergeben wir die Bestimmung der Gewichte G, W und C (kg), falls die Gewichte G_{mi}, W_{mi} und C_{mi} für die Füllung des Betonmischers bekannt sind (kg). Wir bezeichnen mit G_{mi} das Gewicht der feuchten Zuschlagstoffe, mit W_{mi} die Menge des Wassers das den feuchten Zuschlagstoffen zugegeben wird und mit C_{mi} das Gewicht des Zementes dieser Mischung. Falls auch die Feuchtigkeit der Zuschläge „u" bekannt ist [$u=(G_f-G_a)/G_a$, G_f=Gewicht der feuchten Zuschläge, G_a=Gewicht der trockenen Zuschläge, beide für dieselbe Stoffmenge], so folgt:

$$G_i=G_{mi}/(1+u)\,; \quad W_i=W_{mi}+G_i\cdot u\,; \quad C_i=C_{mi} \tag{7}$$

wobei G_i, W_i und C_i die konkreten Gewichte der Zuschlagstoffe des Wassers und des Zementes für die Füllung des Betonmischers sind.

Die Gewichte G, W und C, die auf 1 m³ Beton bezogen werden, erhalten wir aus der Gleichung:

$$G=G_i\cdot Q_i\,; \quad W=W_i\cdot Q_i\,; \quad C=C_i\cdot Q_i \tag{8}$$

wo Q der kleinere Wert der Grössen Q_g und Q_r ist:

$$Q_g=1/V_{ig}\,; \quad V_{ig}=G_i/s_g+W_i/s_v+C_i/s_c \tag{9}$$

$$Q_r=G_z/G_i \tag{10}$$

s_g, s_v, s_c sind die Rohwichten der Zuschläge (cca 2700 kg/m³), des Wassers (1000 kg/m³) und des Zementes (cca 3 100 kg/m³), G_z ist die Rohwichte der Zuschlagstoffe in gestampften Zustand (für rundliche Zuschlagstoffkörner cca 1 900 bis 2 200 kg/m³, für gebrochener Splitt cca 1 600 bis 1900 kg/m³).

2. DIE FESTIGKEIT DES BETONS

Wir nehmen an, dass die Bruchfläche durch den Zementleim geht. Da dieser Zementleim viele Poren hat, kann man sagen, dass die Gesamtfläche F_i, grösser ist als die durch die Poren abgeschwächte tragende Fläche F_n. Von den ganzen tragenden Flächen 1, 2, 3, 4 usw., ist die kleinste von ihnen d. h. F_n min für die Festigkeit massgebend (Bild 3). Dadurch erhalten wir:

$$M=P/F_i=L\cdot F_{n\,min}/F_i\,, \quad P=L\cdot F_{n\,min} \tag{1}$$

wo L die Zementleimfestigkeit darstellt. Wenn wir den Quotient F_n/F_i als Leimungsmass „z" bezeichnen, erhalten wir:

$$F_n/F_i=Z, \quad F_{n\,min}/F_i=Z_{min}=\overline{Z}-h \tag{2}$$

wo $\overline{Z}$ das durchschnittliche Leimungsmass und h die Heterogenität durch die Ungleichmässigkeit der Betonmischung bedeutet.

Aus Gleichung (2) und (1) erhalten wir

$$M = L\,(Z - h) \tag{1}$$

Für einen Beton der im Laboratorium hergestellt wird ist $h = 0$, für einen der auf einer mechanisierten Baustelle hergestellt wird, ist $h = 0{,}02 - 0{,}03$, während man für einen Beton der auf einer nichtmechanisierten Baustelle hergestellt wird $h = 0{,}04$ und noch mehr nehmen kann.

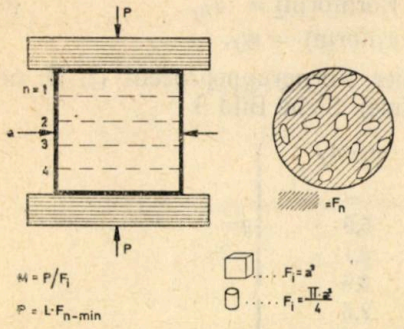


Bild 3

$S = S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \ldots$

Normal	$S_1 = S_2 = S_3 = 1$,	$S = 1{,}0$
Kochsalz	1% ...	$S = 0{,}93$
	2% ..	0,85
	5% ...	0,72
	10% ...	0,66
Zement alt	3 Mon.	$S_2 = 0{,}80$
	6 Mon.	0,70
	12 Mon.	0,60
Zucker	3%	$S_3 = 0{,}70$

Bild 4

Die Festigkeit des Zementleimes ist von der Zementqualität Z, von der Qualität der Zuschlagstoffe N und von den Dichtungsmethoden q (Stampfen oder Rütteln), abhängig. Wenn der Beton noch Zusätze erhält, oder wenn der Zement schon sehr alt ist, müssen wir das durch den sogenannten Sekundärmodul S berücksichtigen. Folglich ist:

$$M = q \cdot Z \cdot N \cdot S\,(Z - h) \tag{4}$$

Die zahl q hat folgende Werte: 1,00 für Beton im Laboratorium hergestellt; 0,85 für Beton auf einer mechanisierten Baustelle hergestellt und 0,70 für einen Beton auf einer nichtmechanisierten Baustelle hergestellt. Die Zementqualität Z erhalten wir durch Versuchskörper, die von dem gleichen Zement hergestellt und zum Bruch gebracht werden. Nach Gleichung (4) erhalten wir dann $Z = M/q \cdot N \cdot S \cdot (\bar{Z} - h)$. Den Sekundärmodul erhalten wir als Produkt der Sekundenfaktoren $S = s_1, s_2, s_3 \ldots$ usw. Zum Beispiel: Wasser mit 2% Kochsalz $s_1 = 0{,}85$, Zement 1 Jahr alt $s_2 = 0{,}60$ (Bild 4).

Die Qualität der Zuschlagstoffe wird nach folgendem Prinzip festgestellt. Bei einem gewissen Mindestleimungsmass Z_{min} und einem gewissen Produkt $q \cdot Z \cdot S$ ist die Festgkeit nicht direkt von der Dicke des Zementleimfilmes abhängig. Es ist wichtig, dass die Zuschlagstoffe überall mit Zementleim verbunden sind. Die Wahrscheinlichkeit dieses zu erreichen ist desto grösser, je grösser die durchschnittliche Dicke x_1 des Zementleimfilmes ist. Wenn man mit $x_0 = 0{,}0065$ mm eine vergleichende Filmdicke bezeichnet, kann man schreiben:

$$N = x_1/x_0 = g_0/g \tag{5}$$

wo g die Zementleimmenge in dm³ betreffend einer Dicke x_0 und g_0 die Zementleimmenge von 22,2 dm³ ist, mit welcher wir die Dicke x_1 bekommen. Beide Mengen werden auf 1000 kg Zuschlagstoffe berechnet. Mit Rücksicht auf den mittleren Korndurchmesser einer Korngruppe d_f und wenn wir annehmen, dass wir für das Ausrunden von Ecken ungefähr 3,8% des Kornvolumens brauchen, bekommen wir:

$$g = \sum mf \cdot w_f, \quad mf = Pf/100$$
$$w_f = 14{,}4/d_f + 14 \quad \text{(Runde Kornform)} = w_{f0} \qquad (6)$$
$$w_f = 16{,}6/d_f + 16 \quad \text{(Eckige Kornform)} = w_{fe}$$

Hier ist mf der Korngruppeanteil und P_f der Korngruppeprozent (z. B. bei $P_f = 15\%$ ist $mf = 0{,}15$, beide aus der Sieblinie). Siehe Bild 5

d_f (mm)	w_{f_0}	m_f	$w_f \cdot m_f$	
0,0÷0,1	~300	–	–	
0,1÷0,2	118	0,05	5,9	$g =$
0,2÷0,5	61	0,10	6,1	$= 28{,}7$
0,5÷1,0	36	0,10	3,6	
1÷2	25	0,10	2,5	
2÷4	19,4	0,15	2,9	$N =$
4÷8	16,7	0,15	2,5	$g_0/g =$
8÷15	15,4	0,15	2,3	22,2/28,7
15÷30	14,7	0,20	2,9	0,77
30÷60	14,6	–	–	
$d_f > 60$	~14,5	–	–	
		1,00	28,7	

Bild 5

Als Unbekante bleibt noch das durchschnittliche Leimungsmass Z. Wir betrachten ein Element des Kontaktraumes mit der Grundfläche f_l und mit der Höhe R (Bild 6 und 7).

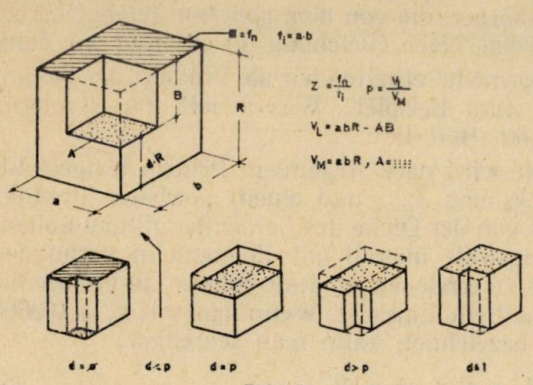
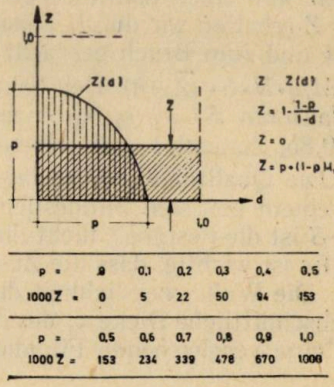


Bild 6



p =	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
1000 Z =	0	5	22	50	94	153

p =	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
1000 Z =	153	234	339	478	670	1000

Bild 7

Die entsprechende tragende Fläche ist f_n. Nach Gleichung (2) ist der Durchschnittswert Z gleich mit:

$$Z=(F_n/F_t) \text{ durchschnittlich} = (f_n/f_t) \tag{7}$$

Wenn wir bei dieser Rechnung, mit der Höhe der Grundfläche des Hohlraumes variieren ($=d$), bekommen wir als Durchschnittswert $\overline{Z}$:

$$Z = p + (1 - p) \cdot \ln (1 - p) \tag{8}$$

wo „p" die Füllung des Kontaktraumes ist;

$$p = V_L/V_M \tag{9}$$

V_M – ist das Volumen des Elements des Kontaktraumes,
V_L – ist das Volumen des Zementleims in diesem Element.

Als Kontaktraum bezeichnen wir den Raum zwischen den Zuschlagstoffen. Weil es sich um einen Durchschnittswert $\overline{Z}$ handelt, müssen wir als Quotient V_L/V_M den Durschnittswert für eine grosse Menge von Beton, am einfachsten für ein Kubikmeter, nehmen. Folglich ist:

$$P = V_L/V_M = V_{LK}/V_{MK} \tag{10}$$

V_{LK} – ist das Volumen des Zementleimes in einem Kubikmeter Beton,
V_{MK} – ist das ganze Kontaktvolumen in einem Kubikmeter Beton.

Wenn wir die spezifischen Gewichte von Wasser, Zement und Zuschlagstoffen zu 1 000, 3 100 und 2 700 kg/m³, den Zementleim als vom Zement C und dem chemisch gebundenen Wasser 0,15 C gebildet annehmen und wenn wir in Betracht ziehen, dass in einem Raum von 1 m³ höchstens das Gewicht der Zuschlagstoffe G_z enthalten sein kann (G_z ist das Raumgewicht der Zuschlagstoffe in gestampften Zustand, das wir experimentell bestimmen und Werte von 1 600 – 2 100 kg/m³ hat), so bekommen wir folgende Ergebnisse, von denen immer das kleinere richtig ist.

$$p = 0{,}47/(0{,}32 + v); \qquad p = c/a \tag{11 a, b}$$

$v = W/C$ (Wasserzementfaktor) und $a = 2\,130\ (1 - G_2/2\,700$ die Zuschlagstoffkonstante) ist. Wenn das erste Ergebniss das kleinste und auch somit das richtige ist, dann ist der frisch gegossene Beton ohne Luft, es ist ein „dichter Beton". Wenn aber das zweite Ergebniss das kleine und somit auch das richtige ist, so hat der frisch gegossene Beton auch Luftporen, der Kontraktraum ist nicht voll mit Wasser und Zement ausgefüllt und wir haben es mit einem „luftigen Beton" zu tun.

Der erste Fall tritt gewöhnlich bei plastischer und feuchter Konsistenz ein. Nach Gleichung (11 a) kann man sehen, dass bei solchen Umständen nur der Wasserzementfaktor für die Festigkeit des Betons eine Rolle spielt. Dies kennen wir auch aus der Praxis. Hier wird dies auch mathematisch gezeigt. Der zweite Fall tritt gewöhnlich bei halbtrockener oder wenig feuchter Konsistenz

ein. Nach Gleichung (11 b) kann man sehen, dass in diesem Falle nur die Zementmenge für die Betonfestigkeit eine Rolle spielt. Auch dies ist praktisch bestätigt und von dieser Theorie mathematisch behandelt.

Im Bilde 8 ist die Beziehung Festigkeit – Wasserzugabe dargestellt. Wir sehen, dass die theoretischen Werte (——) mit den experimentellen Werten (...) sehr gut übereinstimmen. Es ist zu bemerken, dass im Teile $a-b$ die Wassermenge kleiner ist als 0,15 C. Dieses Wasser kann chemisch von einer Zementmenge $C' = W/0{,}15$ gebunden werden. Den übrigen Zement $C'' = C - C'$ müssen wir bei dieser Rechnung als Zuschlagstoff einrechnen. Im Teile $a - a'$ ist der Wert h/Gl. 41 grösser als $\overline{Z}$, und wir bekommen keine Festigkeit.

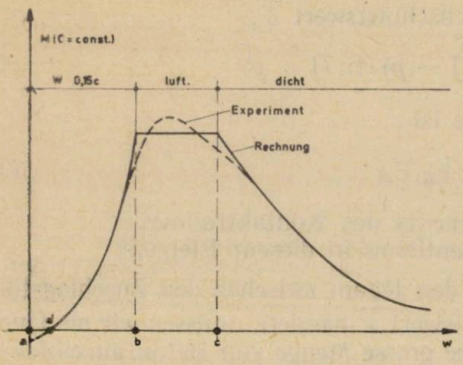


Bild 8

Wenn wir normale Werte von „p" berücksichtigen (die klein zu dem Wert 1 sind), eine Reihenentwicklung von Logarithmus in der Gleichung (8) machen und die Potenzen p^3 und höhere vernachlässigen, so kann die Gleichung (4) in folgende Gleichung übergehen:

$$M = q \cdot Z \cdot N \cdot S \cdot p^2/2 \qquad (12)$$

welche die bekannte experimentelle Feret-sche Gleichung $M = k \cdot A^2$ ist. ($A = p/1{,}47$ und $k = q \cdot Z \cdot N \cdot S/0{,}9$). Die obige Theorie erklärt theoretisch viele experimentell bekannte Tatsachen und ist ziemlich einfach für die praktische Anwendung. In der Theorie werden einige Annäherungen gemacht (z. B. Einfluss des Wassers nicht immer genau 15% C) die jedoch zulässig sind und zu annehmbaren Ergebnissen führen.

3. THEORIE DER BETONKONSISTENZ

Die Theorie der Betonkonsistenz ist nicht so wichtig als die Theorie der Betonfestigkeit. Wir könen nähmlich in wenigen Stunden mehrere Mischungen mit verschiedenen Konsistenzen, jedoch mit gleicher Festigkeit (nach Gl. 4) machen, und dann diejenige wählen, die uns am besten gefällt. Wir brauchen nicht 28 Tage, wie das der Fall bei der Festigkeit ist, zu warten. Aus diesen Gründen können wir bei der Konsistenztheorie breitere Annäherungen machen als bei der Festigkeitstheorie.

In der Einleitung haben wir die Konsistenz mit der Einbauarbeit D und mit dem Konsistenzmodul K in Verbindung gebracht, nach den Gleichungen:

$$K = \sqrt{9000/D}\,; \quad D = 9000/K^2\,; \quad K = x_p/x_0\,. \qquad (13a, b, c)$$

In diesen Gleichungen ist:

- D die Arbeit in Kgm/m³,
- K eine Zahl (1,0 bis 2,0),
- x_p die mittlere Dicke des Wasserfilmes auf den Agregatkörnern,
- x_0 diese Dicke bei einem halbtrockenen Beton mit $K = 1$ (0,0065 mm).

Nun ist jetzt zuerst unsere Aufgabe, die Gleichung (13 b) zu argumentieren, und dann den Rechnungsgang für die Wassermenge, bei einem gewählten Konsistenzmodul zu bestimmen. Dann müssen wir noch die Berechnung des Moduls K bestimmen wenn C, W und G bekannt sind.

Die Normalarbeit beim Stampfen, wird vor allem für das Überwinden des Viskositätswiderstandes in der Mischung geleistet. Wenn wir diese Viskositätskräfte mit T_v (kg/cm²), die Viskositätsflächen mit T_v (kg/cm²), und die mittlere Querschiebung bei einem Schlage mit „ds" bezeichnen, so kann die Arbeit bei einem Schlage des Stampfers folgendermassen ausgedrückt werden:

$$D_u = F_v \cdot T_v \cdot ds \tag{14}$$

Zwischen je zwei Körnern wird eine laminare Strömung sein. Ist der Wasserfilm an jedem Korne x_p, so ist für eine Differenz der Geschwindigkeiten dieser zwei Körner v'' und bei einem Viskositätsfaktor V_v die kraft T_v aus folgender Gleichung zu nehmen (Bild 9)

$$T_v = V_v \cdot \frac{dv'}{dx} = V_v \cdot \frac{v''}{2x_p} \tag{14 a}$$

Diese Kräfte T_v entsprechen dem Ende des Stampfvorganges wenn die Dicke des Filmes x_p ist. Jedoch bei Beginn des Stampfvorganges sind diese Dicken etwas grösser, die Flächen F_v kleiner (nicht die ganzen Kornoberflächen sind miteinander in Verbund) und auch die Geschwindigkeit v'' bleibt nicht gleich während des ganzen Stampfvorganges.

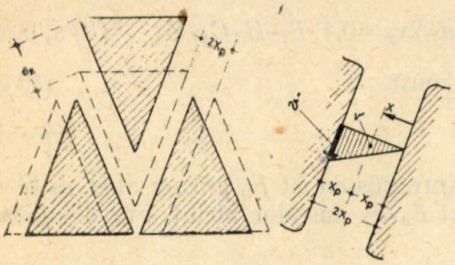


Bild 9

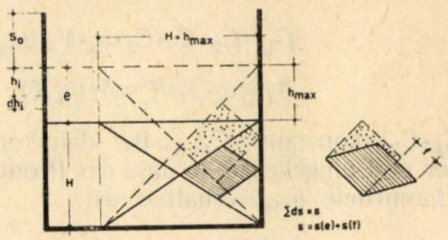


Bild 10

Für unseren Rechenvorgang nehmen wir x_p konstant an, dann haben wir:

$$x_p = K \cdot x_0 \quad \text{(Gl. 13 c)} \tag{15}$$

Die Flächen F_v nehmen wir proportional zur Grundfläche der Normalform F_t (=20×20 cm) an. Diese Flächen sind in ähnlicher Beziehung verkleinert als

der Leimungsmass z zu dem Füllungsmass p (Gl. 8), für die Stadien vor dem Ende des Stampfvorganges (Bild 10)

$$F_v = C_1 \cdot F_t \cdot \bar{z}_i; \qquad \bar{z}_i = p_i + (1 - p_i) \cdot \ln(1 - p_i) \tag{16 a, b}$$

$$p_i = H/(H + h_{max} - h_i). \tag{16 c}$$

In diesen Formeln ist C_1 ungefähr eine Konstante, während p_1 so definiert ist, dass es am Ende des Stampfvorganges den Wert 1 bekommt. Dann sind alle Kornoberflächen miteinander in Verbindung und auch $\bar{z}_i = 1{,}00$. Wenn wir die Geschwindigkeit v'' proportional mit der Geschwindigkeit v_{di} des Stampfers beim Kontakt mit der Betonmischung nehmen, so erhalten wir: (C_2 = konstant)

$$v'' = C_2 \cdot v_{di} = C_2 \cdot \sqrt{2 \cdot \bar{g} \cdot S_i} = C_2 \cdot v_0 \cdot v_i \quad (v_0 \text{ konst}) \tag{17 a, b, c}$$

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot \bar{g} \cdot S_0}; \qquad \bar{g} = 9{,}81 \text{ m/sek}^2; \qquad S_0 = 0{,}05 \text{ m} \tag{17 d, e, f}$$

$$v_i = \sqrt{S_i/S_0}; \qquad S_i = S_0 + h_i \text{ (Bild 10).} \tag{17 g, h}$$

Den Weg „ds" nehmen wir ungefähr proportional mit dem Differential der Stampftiefe dh_i

$$ds = C_3 \cdot dh_i; \qquad C_3 = \text{konst.} \tag{18 a}$$

Wenn wir an Stelle der Integration eine Summe nehmen, und für $dh_i = 0{,}1 \cdot H$ annehmen, so erhalten wir:

$$ds = C_3 \cdot 0{,}1\, H; \qquad dh_i = 0{,}1 \cdot H. \tag{18 b, c}$$

Die Arbeit für die Teilstampftiefe $dh_i = 0{,}1 \cdot H$ erhalten wir aus der Gleichung (14)

$$D_i = F_v \cdot T_v \cdot d_s = F_v \cdot V_v \cdot v'' \cdot ds/2x_p = 0{,}1 \cdot F_t \cdot H \cdot C_4 \cdot A_i \tag{19 a, b, c}$$

$$C_4 = C_2 \cdot C_2 \cdot C_3 \cdot v_0 \cdot V_v/2x_0 = \text{konst.} \tag{19 d}$$

$$A_i = v_i \cdot \bar{z}_i/K = A_i(h_i K) \tag{19 e, f}$$

$C_1 \cdot C_3 = \text{konstant} = C_{1,3}$. Bei kleineren Korngrössen ist F_v grösser aber ds kleiner und umgekehrt, so dass das Produckt $F_v \cdot ds$ dasselbe bleibt. Für die ganze Stampftiefe h_{max} erhalten wir:

$$D_{p1} = C_5 \cdot F_t \cdot H \cdot \sum_1^n A_i; \quad C_5 = 0{,}1 \cdot C_4; \quad n = h_{max}/dh_i = 10 \cdot h_{max}/H. \tag{19 g, h, i}$$

Die Arbeit für 1 m³ der Betonmischung ist dann:

$$D_p = D_{p1}/V_1 = D_{p1}/F_t \cdot H = C_5 \cdot \sum_1^n A_i; \quad C_5 = \text{konst.} \tag{19 j, k}$$

Berücksichtigen wir die, beim Ausweichen des Betons beim Stampfen verlorene Arbeit, so erhalten wir:

$$D = D_p + D_v; \quad D_p = C_5 \cdot \sum_1^n A_i; \quad D_v = \text{konst.} \tag{20 a}$$

wo C_5 ungefähr 2 000 kgm ist, D_v ungefähr 1 200 kgm ist, dies nach unseren Versuchen in Ljubljana.

Die Werte A_i werden so berechnet, indem man die Höhe h_i bis in die Mitte von dh_i nimmt. Auf Grund von Gleichung III ab kamm man die Beziehung zwischen dem Konsistenzmodul K und den Werten H und h_{max} ausdrücken. Man entnimmt den Wert h_{max}/H aus folgender Gleichheit:

$$B = H \cdot F_t \cdot s_b = (H + h_{max}) \cdot F_t \cdot s_m \tag{20 b, c}$$

$$U = s_b/s_m - 1 = h_{max}/H; \quad n = 10 \cdot U \text{ (Gl. 19i)} \tag{20 d,e}$$

Weiter bekommen wir aus der Gleichung $H + h_{max} = 15$ cm, $H = 15$ cm$/(1+U)$. Die Parameter v_i und $\bar{z}_i$ sind nur von dem Werte U und somit nur noch von dem Konsistenzmodul K abhängig. Darum ist auch die Normalarbeit D beim Stampfen von 1 m³ Beton nur von dem Konsistenzmodul abhängig. Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle angegeben. Dort sind auch die aus Versuchen gewonnenen Werte $D_{exp} = 900/K^2$ angeführt:

Konsistenzmodul Setzungsmass	$K=1{,}0$ $U=0{,}6$	1,2 0,5	1,4 0,4	1,6 0,3	1,8 0,2	$2{,}0=x_p/x_0$ $0{,}1=h_{max}/H$
Arbeit D nach der Gl. 20-a	$D=8620$	6680	5160	3980	2960	2060 mkg/m³
Arbeit nach der Gl.: $D_{exp}=9\,000/K^2$	$D_{exp}=9000$	6250	4600	3520	2780	2250 mkg m³

Wir sehen, dass die aus Versuchen erhaltenen Werte D_{exp}, mit den theoretischen Werten übereinstimmen. Weil man für die theoretisch gewonnenen Werte keinen abgeschlossenen Ausdruck bekommen kann, ist es für die Praxis zu empfehlen, die experimentelle Gleichung $D = 9000/K^2$ zu verwenden. Mit der oberen Tabelle ist diese letzte Gleichung auch theoretisch begründet. Für die Praxis wird die experimentelle Gleichung benützt, die jedoch auch theoretisch begründet ist.

$$D = 9\,000/K^2; \qquad K = x_p/x_0 \tag{20}$$

In diesen Gleichungen wird D in kgm/m³ Beton ausgedrückt, K hat Werte von 1,0 bis 2,0 (halbtrocken bis flüssig), x_p ist die mittlere Wasserfilmdicke, x_0 ist diese Dicke für $K = 1{,}00$ ($\approx 0{,}0065$ mm). Jetzt ist die Aufgabe, die nötige Wassermenge W für ein Kubikmeter Beton, bei gegebenem Konsistenzmodul K festzustellen, leicht zu lösen. Wie wir in Kap. 2 sahen, brauchen wir für einen Leimfilm von $x_0 = 0{,}0065$ mm Dicke und für 1 000 kg Zuschlagstoffe eine Menge

von „g" dm³ Zementleim. Für dieselbe Dicke des Wasserfilms ist „g" kg Wasser nötig. Für die Dicke $x_p = K \cdot x_0$ brauchen wir $g \cdot K$ kg Wasser für 1 000 kg Zuschlagstoffe. Für „G" kg Zuschlagstoffe brauchen wir:

$$W_a = K \cdot g \cdot G \cdot e_g / 1\,000 \tag{21}$$

wo e_g – ein experimenteller Koefizient ist, der von den Zusätzen abhängt. Bei Beton ohne Zusätze $e_g = 1{,}00$.

Der Wasserfilm um die Zementkörner braucht auch eine gewisse Menge Wasser, W_c. Für den Zement (für Vicatprobe des Zementes) brauchen wir das Wassergewicht $W_a = p_n \cdot C/100$, bei $K = 1{,}67$. Dabei ist p_n der Normalwasserprozent (Standardprozent 20 – 35%). Für $K = 1{,}0$ ist das Wasser $W_1 = W_a/1{,}67 = p_n \cdot C/167$, und für $K = K$ bekommen wir den Wert W_c:

$$W_c = K \cdot W_1 = K \cdot c \cdot C \cdot e_c / 1\,000, \quad c = 6 \cdot p_n. \tag{22}$$

Hier ist c das „Schluckmass" für Zement, e_c ist ein experimenteller Faktor und hängt von den Zusätzen ab. Bei einem Beton ohne Zusätze ist $e_c = 1{,}00$ Der Wert „g" kann als Schluckmass für Zuschlagstoffe genannt werden.

So brauchen Zuschlagstoffe und Zement – W_{ac} – Wasser zusammen:

$$W_{ac} = W_a + W_c = K \cdot W_0, \qquad W_0 = (G \cdot g \cdot e_g + C \cdot c \cdot e_c)/1000 \tag{23}$$

W_0 ist das sogenannte „Minimalwasser". Es entspricht einem halbtrockenen Beton mit $K = 1$. Für den Fall des dichten Betons gilt Gleichung (11 a).

Wenn der Beton Luftporen enthält (die Ausfüllung des Kontaktraumes „p" ist nach Gleichung (11 b) zu bestimmen) so nehmen auch diese Poren eine Menge Wasser W_v auf. Diese Wassermenge schätzen wir mit der folgenden Gleichung ab:

$$W_v = (K-1) \cdot W_d, \quad W_d = s_v\,(1 - G/s_g - C/s_c) - K \cdot W_0 \tag{24 a, b}$$

wo W_d das Gewicht des Wassers darstellt, welches alle Luftporen im Beton ausfüllt die bleiben nach der Wasserzugabe von $W_{ac} = K \cdot W_0$. In der Formel 24 b haben wir mit s_v, s_g, s_c die spezifischen Gewichte von Wasser, Zuschlagstoffe und Zement benannt.

So ist die gesamte Wassermenge W für beliebigen Beton (bei dichtem Beton ist $W_d = 0$)

$$W = K \cdot W_0 + (K - 1) \cdot W_d \tag{25}$$

Auf diese Art könenn wir das Wassergewicht W feststellen wenn wir die Gewichte der Zuschlagstoffe, des Zements und den Konsistenzmodul K kennen. Bei dichtem Beton ist die Wassermenge direkt proportional mit dem Konsistenzmodul K, denn $W_d = 0$.

Aus den oberen Gleichungen können wir auch den Konsistenzmodul K berechnen, wenn die Gewichte pro m³ für Wasser W, Zement C und Zuschlagstoffe G gegeben sind:

$$K = (1 + T) - \sqrt{1 - H + T^2} \tag{26}$$

die Hilfswerte T, $\overline{H}$ und W_z haben folgende Werte:

$$T=W_z/2\cdot W_0\,, \qquad \overline{H}=W/W_0, \qquad W_z=s_v\,(1-G/s_g-C/s_c) \tag{27}$$

Damit ist auch das Problem der Konsistenz gelöst. Betone die $\overline{H}$ Werte haben die grösser als 2 sind, müssen vermieden werden. Beim dichten Beton bekommen wir $K=W/W_0=\overline{H}$, bei $\overline{H}$ unter 2.

4. RECHNUNGSVERFAHREN FÜR DIE BESTIMMUNG DER BETONZUSAMMENSETZUNG

Auf Grund der Gleichungen der Kapiteln 2 und 3, kann man auf einfacher Weise die Betongüteklasse M und den Konsistenzmodul K bestimmen, wenn die Baustoffe bekannt sind, die den Beton bilden (Zement C, Zuschlagstoffe G und Wasser W, ausgedrückt in kg per Kubikmeter frischen Betons). Auf Grund derselben Gleichungen kann man die notwendigen Gewichte von Zement C, Zuschlagstoffe G und Wasser W für einen Kubikmeter Beton bestimmen, wenn die Betongüteklasse M und der Konsistenzmodul K gegeben ist Darum nehmen wir eine einfache Umwandlung der Gleichungen von Kap.2 und 3 vor.

Wir gehen von Gleichung 4 aus, um von statischen Beziehungen zu geometrischen überzugehen

$$\overline{Z}=\frac{M}{q\cdot Z\cdot N\cdot S}+h. \tag{28}$$

Mit Hilfe des Wertes $\bar{z}$ können wir den Wert des Füllungsmasses „p" bestimmen. Dies geschieht mit Hilfe der weiter unten gegebenen Tabelle, da der direkte Weg nach Gleichung (8), wegen des Logarithmus unmöglich ist.

$\bar{z}=0{,}00$	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
$1000\,p=000$	140	192	234	269	299	324	348	371	393
$\bar{z}=0{,}10$	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
$1000\,p=413$	562	666	747	814	867	913	950	980	1000

Weiter ist uns nicht bekannt ob unser Beton ein „dichter" Beton, oder ein „Porenbeton" ist. Wir versuchen zuerst mit einem „Porenbeton", damit wir schneller zur Kontrolle kommen.

Nach Gleichung (11 b) und dem benachbarten Text erhalten wir sofort die Werte G und C

$$G=G_z\,, \quad C=p\cdot a, \quad a=2\,130\,(1-G_z/s_g), \tag{29}$$

Das Wasser erhalten wir aus Gleichung (22 bis 25)

$$W = W_{ac} + (K-1)\cdot W_d, \qquad W_{ac} = K \cdot W_0 \tag{30}$$
$$W_d = s_v\,(1 - G/s_g - C/s_c) - W_{ac}\,.$$

Ist der Wert W_d positiv, so ist der gesuchte Beton ein „Porenbeton" und das Rechnungsverfahren ist abgeschlossen.

Ist der Wert W_d jedoch negativ, so ist das ein Zeichen, dass der gesuchte Beton „dicht" ist und wir beginnen das Rechnungsverfahren wieder bei dem Werte „p" aus der Tabelle.

Aus Gleichung (11 a) und (23) erhalten wir:

$$v = 0{,}47p - 0{,}32, \qquad D_g = K \cdot g \cdot e_g/1\,000, \qquad D_c = K \cdot c \cdot e_c/1\,000 \tag{31}$$
$$W = v \cdot C = K \cdot W_D = D_g \cdot G + D_c \cdot C$$

und dann:

$$r = C/G = D_g/(v - D_c), \qquad G = 1\,000/(0{,}37 + 0{,}32 \cdot r + v \cdot r) \tag{32}$$

schliesslich:

$$C = r \cdot G, \qquad W = v \cdot C = v \cdot r \cdot G \tag{33}$$

Wir haben berüchsichtigt, dass Zement C, Zuschlagstoffe G und Wasser W, zusammen 1m³ Beton geben und wenn $W_d = 0$ dann ist $W = K \cdot W_0$. Die Kontrolle (wenn wir keinen Versuch mit „Porenbeton" machen) ist: G muss kleiner als G_z sein.

Nun zeigen wir ein Zahlenbeispiel für die Bestimmung der Betonzusammensetzung (es wurde ein „dichter" Beton gewählt damit man den ganzen Rechnungsvorgang verfolgen kann).

1. Gesucht wird:
Die betongüteklasse M 220; Konsistenz: plastisch, $K = 1{,}50$

2. Materialdaten:

Zuschlagstoffe: $G_z = 2\,209$ kg/m³, $g = 27{,}6$, $N = 22{,}2/g = 0{,}81$,
$s_g = 2\,700$ kg/m³
Zement: $Z = 1\,870$, $p_n = 26\%$, $C = 6 \cdot p = 156$, $s_c = 3\,100$ kg/m³
Wasser: normal, $S = 1{,}00$, $s_v = 1\,000$ kg/m³
Zusätze: ohne, $e_g = 1{,}00$, $e_c = 1{,}00$

3. Baustelle – Qualitätsangaben:
Giesen des Betons: mechanisiert, $q = 0{,}85$
Betonherstellung: mechanisiert $h = 0{,}03$

4. Füllungsmass „p"
$z = 220/0{,}85 \cdot 1\,870 \cdot 0{,}81 \cdot 1{,}00 + 0{,}03 = 0{,}20$
p/nach der Tabelle, (Kap. 4) $= 0{,}562$

5. Versuch mit „Porenbeton"

$a = 2\,130\,(1 - 2\,209/2\,700) = 383$ kg, $C = 383 \cdot 0{,}562 = 215$ kg,

$G = G_z = 2\,209$ kg

$W_0 = (2\,209 \cdot 27{,}6 \cdot 100 + 215 \cdot 156 \cdot 1{,}00)/1\,000 = 61 + 33{,}6 = 94{,}6$ kg

$W_{ac} = 94{,}6 \cdot 1{,}50 = 142$ kg

$W_d = 1\,000\,(1 - 2\,209/2\,700 - 215/3\,100) - 142 = 110 - 142 = -32$, negativ!

Weil W_0 negativ ist, ist der Beton dicht, und wir beginnen von neuem bei 4.

6. Berechung des dichten Betons:

$V = 0{,}47/0{,}562 = 0{,}32$; $0{,}84 - 0{,}32 = 0{,}52$

$D_g = 1{,}50 \cdot 27{,}6 \cdot 1{,}00/1\,000 = 0{,}0415$

$D_c = 1{,}50 \cdot 156 \cdot 1{,}00/1\,000 = 0{,}234$

$r = 0{,}0415/(0{,}52 - 0{,}234) = 0{,}145$, $(r \cdot v) = 0{,}145 \cdot 0 \cdot 52 = 0{,}075$

$G = 1\,000/(0{,}37 + 0{,}32 \cdot 0 \cdot 145 + 0{,}075) = 1\,000/0{,}491 = 2030$ kg $= G$

$C = 0{,}145 \cdot 2\,030 = 295$ kg $\quad W = 0{,}52 \cdot 295 = 153$ kg

7. Kontrolle (dichter Beton!)

$V = 153/295 = 0{,}52$, $\quad p = 0{,}47/(0{,}32 + 0{,}52) = 0{,}56$, $\quad z = 0{,}200$

$M = 0{,}85 \cdot 1\,870 \cdot 0{,}81 \cdot 1{,}00 \cdot (0{,}200 - 0{,}030) = 220 = M$

$W_0 = (2\,030 \cdot 27{,}6 \cdot 1{,}00 + 295 \cdot 156 \cdot 1{,}00)/1\,000 = 102$

$H = 153/102 = 1{,}50$ $\quad W_z = 1\,000 \cdot (1 - 2\,030/2\,700 - 295/3\,100) = 153$

$T = 153/2\,102 = 0{,}75$, $\quad K = 1 + 0{,}75 - 1 - 1{,}5 + 0{,}562 = 1{,}50 = K$

5. ZUSAMMENFASSUNG UND ERGÄNZUNGEN

An Hand der vorgeschlagenen Methode kann die Betonfestigkeit und Konsistenz sehr leicht aus den Daten der gegebenen Mischung berechnet werden. Ebenso einfach kann die Betonzusammensetzung auf Grund der Betongüteklasse und des Konsistenzmoduls festgelegt werden. Die beschriebene Methode ermöglicht auch das leichtere quantitative und qualitative Verständniss des Bruchmechanismus von Beton. Das Gleiche gilt auch für die Konsistenz.

Der begrenzten Seitenanzahl dieser Arbeit ist der Umstand zuzuschreiben, dass nicht auf die Funktionen der einzelnen Parameter eingegangen und die aufgestellte Theorie nicht auf Vakuumbeton, Leichtbeton und Hartbeton angewendet werden konnte. Ebenso konnte auf die Bestimmung der Werte W, C und G (kg/m³) auf Grund des Verhältnisses „Wasser : Zement : Zuschlagstoffe" (wobei auch die Feuchtigkeit der Zuschlagstoffe berücksichtigt wird) nicht eingegangen werden obgleich diese Rechnungen einfach und sehr kurz sind.

Wir wollen noch einmal wiederholen welche Werte man zur Bestimmung der Betonzusammensetzung benötigt. Aus älteren Betonproben wird die Güte Z des Zementes bestimmt wobei die Kenntniss der Wassermenge für den Vicattest vorausgesetzt wird. Ferner muss die Sieblinie, die Feuchtigkeit und die Rohwichte der gestampften Zuschlagstoffe bekannt sein. Im Zusammenhang mit dem verwendeten Wasser (falls es den Normen entspricht) benötigt man

keinerlei Daten. Falls Wasser, in dem verschiedene Stoffe gelöst sind (Kochsalz, Zucker usw.) verwendet wird, müssen die Werte S, e_g, e_c bekannt sein. Dasselbe gilt auch für besondere Betonzusätze. Falls es sich um einen normalen Beton handelt benötigt man nur zwei Daten für den verwendeten Zement bzw. drei für die Zuschlagstoffe.

LITERATURVERZEICHNIS

1. S. Turk, Masivne konstrukcije, Univerzitetna založba, 1. zvezek (1. Heft), Ljubljana, 1964.
2. S. Turk, Poglobljena fizikalna teorija konsistence betona, Katedra za masivne in lesene konstrukcije na FAGG (Katheder für Masiv- und Holzbau an der Fakultät für Architektur, Bauwesen und Geodäsie), Ljubljana, 1969, Manuskript.
3. S. Turk, Usedni test za testiranje konsistence betonske mešavine, Savez jugosl. laboratorija za ispit. i istraž. materiala i konstrukcija (Verein von jugoslawischen Baulaboratorien), Symposium, Referat II/7, Bled, 1969.

РАСЧЕТ СОСТАВА БЕТОНА НА ФИЗИЧЕСКИХ ОСНОВАНИЯХ

(РЕЗЮМЕ)

Настоящая работа представляет метод определения сопротивления бетона, и его консистенции, на основании данного состава.

Это определение производится на физических основаниях.

Также можно определить и состав бетона, на основныи марки бетона, и модуля данной консистенции.

Описанный метод способствует лучшему качественному и количественному пониманию механизма разрыва бетона.

Это является действительным и для консистенции бетона.

CALCUL COMPOZIȚIEI BETONULUI PE BAZE FIZICE

(REZUMAT)

În prezenta lucrare se arată o metodă de determinare a rezistenței betonului și a consistenței lui pe baza compoziției date. Această determinare se face pe baze fizice. De asemenea se poate determina și compoziția betonului pe baza unei mărci de beton și a unui modul de consistență dat. Metoda descrisă permite înțelegerea mai bună atît calitativă cît și cantitativă a mecanismului de rupere a betonului. Același lucru este valabil și pentru consistența betonului.

PROCEDEU APROXIMATIV PENTRU DETERMINAREA ÎNĂLȚIMII GRINZILOR CU ZĂBRELE CARE NECESITĂ DIMENSIONAREA TĂLPILOR, SAU A DIAGONALELOR, DIN CONDIȚII DE RIGIDITATE ($\lambda_{max} \leqslant \lambda_a$)

DE

D. ROȘU

În cazul grinzilor cu zăbrele la care înălțimea h este mare, încărcarea grinzii relativ mică, există posibilitatea ca eforturile în tălpi sau diagonale să fie mici, astfel că dimensionarea acestora trebuie să se facă pe baza condiției de rigiditate ($\lambda \leqslant \lambda_a$), eforturile unitare efective în bare fiind mult mai mici decît cele admisibile. Pentru evitarea acestor situații se poate stabili o înălțime maximă a grinzii cu zăbrele, care să asigure, la limită, în tălpi sau diagonale $\sigma_{ef} \approx \sigma_a$ și $\lambda_{max} \approx \lambda_a$, înălțime maximă de care se ține seama (alături de înălțimea optimă, care asigură consumul minim de oțel și înălțimea minimă care asigură săgeata) la stabilirea înălțimii grinzii cu zăbrele.

1. ÎNĂLȚIMEA MAXIMĂ A GRINZII CU ZĂBRELE CARE ASIGURĂ ÎN TĂLPI $\sigma_{ef} \cong \sigma_a$; $\lambda_{max} \cong \lambda_a$.

La limită, aria necesară a tălpilor este:

$$A_{nec} = \frac{M_{max}}{h \cdot \varphi_a \cdot \sigma_a} = \frac{\beta \cdot Q \cdot L}{h \cdot \varphi_a \cdot \sigma_a} \tag{1}$$

unde:

β – coeficient care ține seama de sistemul static al grinzii și modul de încărcare (grinda simplu rezemată: încărcare uniformă $\beta = 0{,}125$, încărcare concentrată la miljoc $\beta = 0{,}2500$, etc).

Q – încărcarea totală pe grindă,

L – deschiderea grinzii ($L = n \cdot l$),

φ_a – coeficient de flambaj, corespunzător λ_a.

Din (1), înălţimea maximă a grinzii este:

$$h_{max}^{(t)} = \frac{\beta \cdot Q \cdot L}{\varphi_a \cdot A \cdot \sigma_a} \tag{2}$$

Pe de altă parte, din relaţia cunoscută $\frac{A^2}{I} \cong K$ (K este coeficientul de profil), prin cîteva înlocuiri, se ajunge la:

$$A = K \cdot i^2 = K \cdot \left(\frac{l}{\lambda_a}\right)^2 = K \left(\frac{L}{n \cdot \lambda_a}\right)^2 \tag{3}$$

cu care (2) devine:

$$h_{max}^{(t)} = \frac{\beta \cdot Q}{K} \cdot \left(\frac{\lambda_a^2}{\varphi_a \cdot \sigma_a}\right) \cdot \frac{L}{l^2} = U \cdot \frac{F}{l^2} \cdot L \tag{4}$$

sau:

$$\boxed{\frac{h_{max}^{(t)}}{L} = U \cdot \frac{F}{l^2}} \tag{5}$$

Termenul $U = \frac{\lambda_a^2}{\varphi_a \cdot \sigma_a}$, pentru diferite elemente de construcţii, rezistenţe admisibile, este determinat în tabelul 1. În fig. 1, este reprezentată relaţia (5) pentru cazul grinzilor cu zăbrele obişnuite (construcţii industriale, OL 37, $U = 2{,}4$), în funcţie de $F = \frac{\beta \cdot Q}{K}$ şi distanţa între noduri (sau lungimea maximă de flambaj) l. Pentru alte valori U, raportul găsit $\frac{h_{max}}{L}$ se multiplică cu $U/2{,}4$.

Tabelul 1

Destinaţia construcţiei	Marca oţel	σ_a tf/mp	λ_a	φ_a	U m²/tf
Construcţii civile şi industriale	OL 37	15 000	120 150	0,400 0,256	2,400 5,850
	OL 52	21 000	120 150	0,285 0,183	2,405 5,850
Poduri	OL 37	14 000	100	0,610	1,170

Se poate constata că relaţia (5) poate fi hotărîtoare pentru grinzi cu zăbrele puţin încărcate, cu deschidere mică, cu distanţe (sau lungimi de flambaj) mari între noduri.

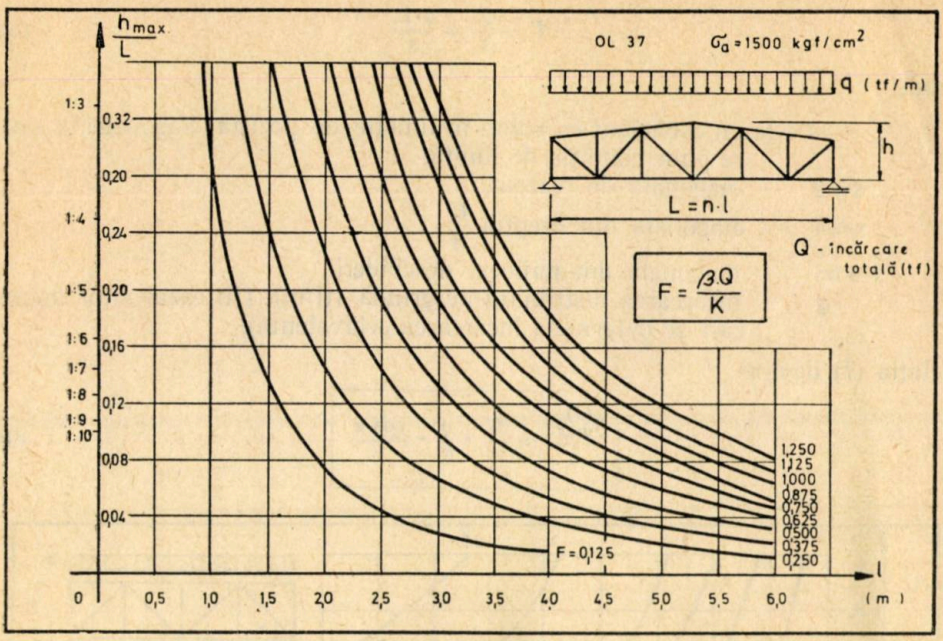


Fig. 1

Graficul din fig. 1 poate fi folosit și pentru stabilirea lungimii maxime a panoului (l) cînd se cunoaște încărcarea și raportul $\frac{h}{L}$, care asigură încă verificarea condițiilor de dimensionare ($\sigma < \sigma_a$; $\lambda < \lambda_a$).

2. INALȚIMEA MAXIMĂ A GRINZII CU ZĂBRELE CARE ASIGURĂ ÎN DIAGONALE $\sigma_{ef} \cong \sigma_a$; $\lambda \cong \lambda_a$.

Pentru grinzile cu zăbrele, cu tălpi paralele, $D = \frac{T}{\sin \alpha}$, de unde:

$$A_{nec} = \frac{D}{\varphi_a \cdot \sigma_a} = \frac{T}{\sin \alpha \cdot \varphi_a \cdot \sigma_a} \tag{6}$$

Înclinarea diagonaliei se poate stabili din (6) și (3):

$$\sin \alpha = \frac{h}{l_d} = \frac{T}{A \cdot \varphi_a \cdot \sigma_a} = \left(\frac{T}{K}\right)\left(\frac{\lambda_a^2}{\varphi_a \cdot \sigma_a}\right)\left(\frac{1}{l_d}\right) = \frac{T}{K}(U)\frac{1}{l_d} \tag{7}$$

sau înlocuind forța tăietoare în funcție de încărcarea totală (considerată uniform distribuită) a grinzii.

$$T = \frac{Q}{s} = \frac{q \cdot L}{s} \tag{8}$$

unde :

s este un coeficient cu valori în funcţie de poziţia diagonalei la care se pune condiţia de limită,

$s=2$ – diagonala de reazem,

$s=4$ – diagonala din dreptul $\frac{L}{4}$,

$s \to \infty$ – diagonala din mijlocul deschiderii,

q – încărcarea distribuită pe grindă (tf/m). (În cazul altor încărcări se determină încărcarea echivalentă),

relaţia (7) devine :

$$\frac{h_{max}^{(d)}}{L} = \frac{U}{s} \cdot \frac{q}{K} \cdot \frac{\cos \alpha}{1} \tag{9}$$

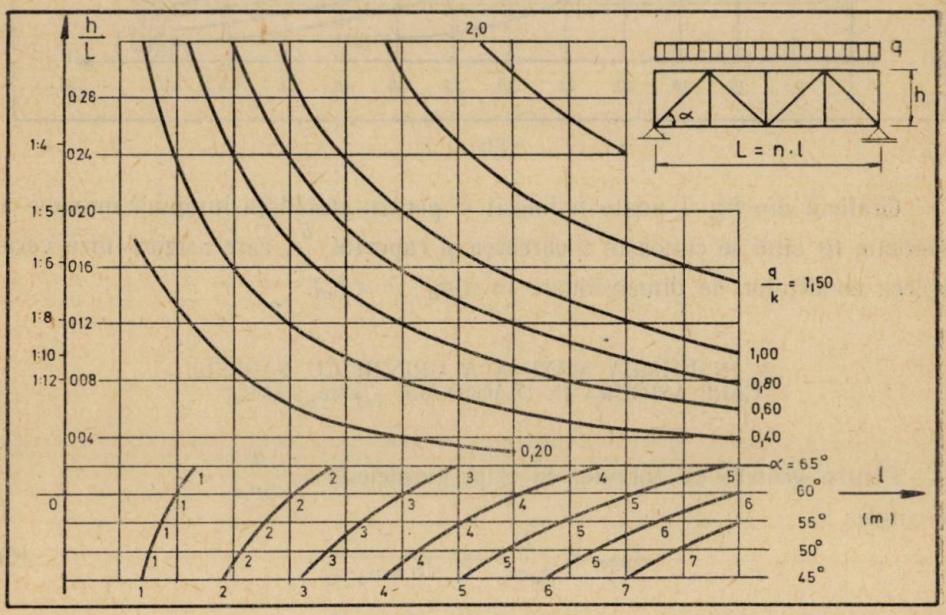


Fig. 2.

În fig. 2 este reprezentată relaţia (9) pentru $U=2{,}4$ şi $s=2$ (cazul diagonalei de rezemare la construcţii industriale din OL 37). Pentru alte valori U (tabelul 1) sau s (alte diagonale), valorile obţinute cu graficul din fig. 2 se multiplică cu $\frac{U}{s} \cdot 1{,}2$.

Cu ajutorul graficului din fig. 2 se poate determina:
– raportul $h^{(d)}_{max}/L$, cînd se cunoaște α, l, q, K.
– lungimea maximă a panoului (l) cînd se cunoaște $h^{(d)}_{max}/L$, α, q, K.
– ungihul maxim al diagonalei (α) cînd se cunosc $h^{(d)}_{max}/L$; l ; q ; K.

Din analiza relației (9) și a graficului se constată că problema înălțimii maxime care să asigure, la limită, dimensionarea din condiția de rigiditate, apare doar la grinzile puțin încărcate, cu lungimea panourilor mare. Această înălțime maximă depinde, în afară de α, q, l, U, de forma secțiunii diagonalelor (prin K), de poziția diagonalei (mai aproape de reazem sau de mijlocul deschiderii) pentru care se pune condiția.

Exemplu. Pentru grinda cu zăbrele, din OL 37, cu $L=15{,}0$ m, $h=2{,}0$ m, $l=2{,}5$ m, $q=1{,}0$ tf/m, cu secțiunea barelor formată din corniere cu aripi egale, puțin depărtate ($K=4{,}0$) să se verifice dacă dimensionarea tălpilor și a diagonalelor (la $L/4$) se face sau nu pe considerente de rigiditate.

a. **Înălțimea** $h^{(t)}_{max}$

Din tabelul 1, pentru construcții industriale, OL 37, $\lambda_a=120$, se determină $U=2{,}40$ iar $F=\frac{\beta\cdot Q}{K}=\frac{0{,}125\times 1{,}0\times 15{,}0}{4{,}0}=0{,}46$ cu care din graficul din figura 1, se găsește:

$$\frac{h^{(t)}_{max}}{L}=0{,}175 \quad \text{sau} \quad h^{(t)}_{max}=0{,}175\times 15{,}0=2{,}62 \text{ m}$$

b. **Înălțimea** $h^{(d)}_{max}$

Din graficul din fig. 2, pentru

$$\frac{q}{K}=\frac{1{,}0}{4{,}0}=0{,}25 \quad \text{și} \quad \alpha=38^{\circ}40'\left(\text{tg}\,\alpha=\frac{2{,}0}{2{,}5}=0{,}8\right),\ l=2{,}5 \text{ m, rezultă:}$$

$$h^{(d)}_{max}/L\approx 0{,}1$$

Cu acestea:

– Înălțimea grinzii care asigură în diagonala de reazem dimensionarea la limită $\sigma_{ef}=\sigma_a$, $\lambda_{max}=\lambda_a(s=2)$

$$h^{(dr)}_{max}=0{,}1.\ L=0{,}1\times 15{,}0=1{,}50 \text{ m}$$

– Înălţimea grinzii care asigură în diagonala de la $L/4$ dimensionarea la limită $\sigma_{ef}=\sigma_a$, $\lambda_{max}=\lambda_a$ ($s=4$). Valoarea obţinută mai sus se corectează cu:

$$1{,}2\frac{U}{s}=1{,}2\times\frac{2{,}4}{4}=0{,}72,$$

adică:

$$h_{max}^{(di)}=0{,}72\times 0{,}1\ L=0{,}72\times 0{,}1\times 15{,}0=1{,}08\ \text{m}$$

3. CONCLUZII

Comparînd $h_{max}^{(t)}$, $h_{max}^{(d)}$ cu h, rezultă:

– tălpile se vor dimensiona din condiţia capacităţii portante de exploatare ($h<h_{max}^{(t)}$).

– diagonalele se vor dimensiona din condiţia de rigiditate ($h>h_{max}^{(d)}$).

ПРИМЕРНЫЙ СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЫСОТЫ РЕШЕТЧАТЫХ БАЛОК, ДЛЯ КОТОРЫХ НЕОБХОДИМ РАСЧЕТ ПОЯСОВ ИЛИ РАСКОСОВ, ИЗ УСЛОВИЯ ЖЕСТКОСТИ ($\lambda_{max}\leqslant\lambda_a$)

(РЕЗЮМЕ)

В случае незначительно загруженных решетчатых балок, при подборе слишком большой их величины, имеется возможность расчета поясов или раскосов, не из условия несущей способности, а из условия жесткости.

Настоящая работа представляет в этом смысле, простейший способ, для определения минимальной высоты балок, для которых, расчет поясов или раскосов, производится из условия жесткости.

APROXIMATE METHOD FOR THE DETERMINATION OF THE LIMIT DEPTH OF TRUSSES FOR WHICH THE CHORDS OR DIAGONALS RESULT FROM RIGIDITY CONDITIONS ($\lambda_{max}\leqslant\lambda_{cr}$)

(SUMMARY)

The chords or diagonals of a truss subjected to moderate loads may result from rigidity conditions (not strength or stability conditions) if the truss depth exceeds a certain limit.

A simple procedure for the determination of the minimum truss depth for which the chords or diagonals are proportioned from rigidity conditions, is presented in this paper.–

ÁGOS MŰSZAKI ... 1882

LISTA

tezelor de doctorat susținute la Facultatea de construcții a Institutului Politehnic Timișoara cu începere din 1957

Nr. crt.	Autorul	Titlul tezei	Data cînd a fost susținută
1	Mîrșu Oviliu	Betoane ușoare simple și armate	4 octombrie 1957
2	Dalban Constantin	Contribuții la studiul structurilor metalice ale halelor industriale.	7 ianuarie 1958
3	Cetățeanu Stelian	Elemente ale construcțiilor metalice sudate, rigidizate transversal unilateral	26 aprilie 1959
4	Filimon Ioan	Unele probleme ale betonului slab armat.	15 noiembrie 1959
5	Făcăoaru Ion	Contribuții la studierea întăririi betonului prin metode ultrasonore.	22 octombrie 1961
6	Rozvan I. Mircea	Studiul fotoelastic al rezervoarelor cilindrice cu fundul plat.	14 octombrie 1962
7	Tertea Igor	Contribuții la studiul rigidității de durată a elementelor încovoiate de beton armat	10 martie 1963
8	Naicu Ion	Estacade și poduri pentru conducte. Contribuții la calculul și proiectarea lor.	29 iunie 1964
9	Brînzan Ion	Unele probleme privind calculul și alcătuirea diafragmelor verticale din panouri mari.	14 martie 1965
10	Mihăiescu Afion	Fisurarea elementelor de beton armat solicitate la încovoiere excentrică	22 ianuarie 1967
11	Jura Cornel	Contribuții la calculul dispozitivelor de spălare a filtrelor rapide cu ejectoare de mare capacitate	30 iunie 1967
12	Wehry Andrei	Deversoare în sifon de mare capacitate.	25 mai 1968
13	Gobesz Ferdinand	Contribuții la cercetarea elementelor de beton armat de tipul plăcilor, prin metode nedisrtuctive	4 iulie 1968
14	Roșu T. Daniel	Alcătuirea eficientă a barelor și grinzilor metalice	17 iunie 1969

Nr. crt.	Autorul	Titlul tezei	Data cînd a fost susținută
15	Bota Valentin	Grinzi compuse oțel-beton Contribuții-Alcătuirea constructivă-Dezvoltarea metodelor de calcul.	23 iunie 1969
16	Măruță Alexandru	Ejecția sonoră și aplicația ei în pomparea lichidelor	10 iulie 1969
17	Ionescu Ion	Contribuții la studiul proprietăților betoanelor cu rășini sintetice	3 septembrie 1969
18	Bălă Mihai	Contribuții la studiul castelelor de echilibru de formă tronconică.	16 noiembrie 1969
19	Negoiescu Emil	Studiul conlucrării betonului cu armătură la elementele încovoiate și întinse excentric.	10 februarie 1970
20	Munteanu Ion	Calculul structurilor spațiale în formulare matricială.	21 martie 1970
21	Juncan Nicolae	Contribuții la studiul grinzilor metalice cu zăbrele, pretensionate.	28 martie 1970

SZAGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR

1971 SEP 2 01

Buletinul ştiinţific şi tehnic al Institutului Politehnic Timişoara Seria Construcţii	Tom. 15(29)	Fasc. 1	pag. 1—128	Timişoara	Ianuarie-Iunie 1970

I.P.B.T. 1524

Lei 15.—